

Inga mérése (laborjegyzet)

Bevezető

A mérés során az inga időben csillapodó harmonikus rezgőmozgását vizsgáljuk a számítógép segítségével úgy, hogy az idő függvényében megmérjük a pillanatnyi kitérést megadó $\phi(t)$ szöveget. A mérés elméleti alapjai megtalálhatók Budó Á.: Kísérleti fizika I. könyv 24. és 88.§-ában (86. és 294. o.).

A $\phi(t)$ kitérést a következő elméleti görbével közelítjük:

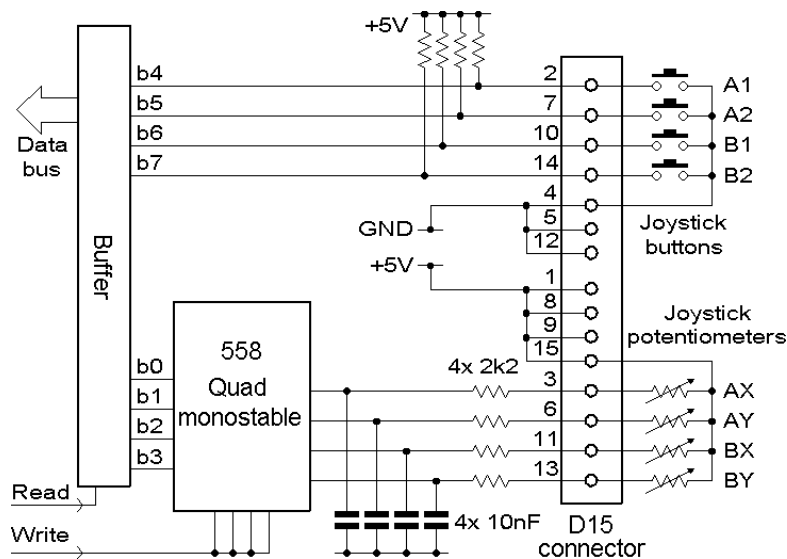
$$\phi(t) = \phi_{\max} e^{-\beta t} \sin(2\pi t/T + \alpha_0) + \phi_0 \quad (1)$$

ahol ϕ_{\max} a maximális kitérés, β a csillapítási tényező, T a periódusidő, α_0 a kezdőfázis és ϕ_0 a nyugalmi helyzethez tartozó szög. Az elméleti megfontolások alapján a T periódusidő **függ** a ϕ_{\max} **a maximális kitéréstől** (azaz a mozgás nem tökéletesen harmonikus rezgőmozgás). A mozgás differenciálegyenlete elliptikus integrálhoz vezet, amelyet ϕ_{\max} szerint sorbafejtve közelíthetünk. Viszonylag kis kitérésekre a sorfejtés alapján

$$T = T_0(1 + \phi_{\max}^2/16 + o(4)) \quad (2)$$

adódik, ahol T_0 a harmonikus rezgés periódusideje (ϕ_{\max} -t itt radiánban mérjük, és elhanyagoljuk a ϕ_{\max} -ban negyed és annál magasabb rendű tagokat). A mérés során megpróbáljuk ellenőrizni a fenti összefüggés helyességét, és ezáltal az elméleti jöslatot.

A $\phi(t)$ szög mérésére egy, közvetlenül az inga tengelyére erősített potenciométert használunk. A PC a joystick csatlakozóján keresztül olvassa be a potenciométer állását. A joystick port vázlatát a következő ábra mutatja:



A joystick potenciométerek beolvasása a 4 db 555-ös időzítőt tartalmazó 558 monostabil IC-n keresztül történik, és a PC belső időzítőjén alapul (az 555-ös leírása [Csákány A.:Elektronika c. jegyzetének 5.11. fejezetében](#) (88.oldal) található).

A mérési ciklus kezdetekor a PC a portra való írással kisüti a 10 nF-os kondenzátorokat. Ezután méri azt az időt, amíg az egyes csatornához tartozó monostabil multivibrátorok átbillennek. Ez addig tart, amíg a joystick potenciométeren keresztül az adott kondenzátor fel nem töltődik a +5V tápfeszültség kétharmadára (u.i. ez az 555-ös belső triggerszintje).

Az inga egy 220 k Ω -os potenciométer tengelyére van erősítve, ami az AX joystick csatornához csatlakozik. A potenciométer ellenállása nagyjából lineárisan változik az elfordulási szöggel, így ennek eredményeként a billenési idő - szög összefüggés közelítőleg lineáris lesz.

Windows környezetben dolgozva a port billenési idejének meghatározására az **inga** programot (ikonja a desktop-on található) használjuk a mérés során. A programban a megszokott windowsos módon állíthatjuk be a mintavétel gyakoriságát és a mérés teljes idejét. A mérés végeredménye mindig megjelenik a képernyőn, kimenteni tetszőleges állományba tudjuk. A program a PC időzítését Windows alatt használja, tehát a mérés alatt tartózkodjunk az egér használatától, az ablakok áthelyezésétől, stb. Ezek a műveletek ui. elrontják a program az időzítését, amit a "rossz" mérési pontok kiugrásaként is láthatunk.

A gnuplot program használatáról

A **gnuplot** egy általánosan használható, adatsorok ábrázolására, illesztésére, illetve egyéb kiértékelésre szolgáló program, ikonja megtalálható a desktopon. Az ábrázolandó adatsor mindig egy szöveges fájlban kell legyen (Windows rendszer alatt érdemes pl. a **notepad** (jegyzettömb) nevű egyszerű szövegszerkesztőt használni az adatok kézi bevitelére, illetve az inga program is megfelelő adatsort produkál).

Az ábrázolás a **plot** paranccsal történik. Az ábrázolandó adatsort idézőjelek közé kell tenni. Ezután meg kell adni hogy az adatsor melyik oszlopának függvényében melyik oszlopot ábrázoljuk, amit a **using** kulcsszó utáni, **kettősponttal** elválasztott számpár fejez ki. Ha több adatsort, vagy függvényeket is szeretnénk ábrázolni, az ábrázolandó dolgokat **vesszővel** választjuk el. Az a.dat adatsor második oszlopának függvényében ábrázolva a negyedik oszlopot, és emellett ábrázolva a sin(x) függvényt, az ábrázoló parancs tehát így alakul:

```
plot "a.dat" using 2:4, sin(x)
```

Változókat és függvényeket az értékük megadásával definiálunk, tehát az A=5.2 parancs definiálja az A változót (kis és nagybetű különböző!) és egyben az 5.2 értéket adja neki (a tizedesvessző helyét **ponttal** kell jelölni az angolszász konvenciónak megfelelően, az adatfájlban is!) Az $f(x)=A*x*x+C$ definiálja az $f(x)$ függvényt.

Paraméterekkel definiált függvényeket illeszthetünk egy adatsorra a **fit** paranccsal, ez esetben meg kell adni az illesztendő függvényt, az adatsor nevét, az illesztendő oszlopok számát (**using** kulcsszó) és hogy milyen paramétereket akarunk illeszteni (**via** kulcsszó). A függvény többi változója változatlan marad. Például:

```
fit f(x) "a.dat" using 2:4 via A,C
```

Természetesen csak már definiált függvény illeszthető, de megadható a függvény aritmetikailag a fit parancs után is:

```
fit h*x+g "b.dat" using 1:2 via h,g
```

A parancs helyes lefutása után megkapjuk az illesztett paraméterek értékét, illetve ezek hibáját.

Mérési feladatok

1. Kalibrálás

A kalibrálás a fizikai mérésekben használt berendezések, detektorok hitelesítését, a mérési eredmény és a "valóság" közötti kapcsolat megkeresését jelenti. A lépéshosszal lemért szabványos focikapu kijelölésénél a kalibrálás az egyéni lépéshossz meghatározásának felel meg. A kalibrálásba beleértjük a mérőeszköz pontosságának, esetleges szisztematikus hibáinak megbecslését is. Adott esetben a kérdés a számítógép által regisztrált belső billenési idő és az inga szögkitérése közti kapcsolat.

Kalibrálási feladat: 7-8, a szögtartományt jól lefedő **álló** pozícióban mérje meg a program által mért billenési időt (itt elegendő csak kevés pl. 5 másodpercig tartó adatsor mérése egy-egy pozícióban, pl. 10msec gyakorisággal, hiszen az inga nem mozog, tehát várhatóan nagyjából ugyanazt az értéket regisztrálja sokszor egymásután a számítógép). Becsülje meg a konverzió hibáját (azaz az egyes pontok szórását!) Az inga szögelfordulásának méréséhez segítséget ad az állványra rögzített mérőszalag.

A fentiek alapján a konstans meghatározása legegyszerűbben egy illesztési lépéssel történik a **gnuplot** programban, ami így alakul:

```
fit C "calib1.txt" using 1:2 via C
```

A meghatározott billenési időket (C paraméter) pl. a **notepad** programmal (indítása: Start menü -> Futtatás -> notepad) írhatja át egy szöveges fájlba, megadva az első oszlopban a valódi szögkitérést, másodikban pedig a konverziós időt.

Illesszen lineáris függvényt ($a*x+b$) a billenési idő-szögelfordulás függvényre! Készítsen erről ábrát is, és sorszámozva csatolja a jegyzőkönyvhöz! Adja meg az illesztés paramétereit és határozza meg, hogy mekkora a konverziós tényező (azaz hány usec billenési idő tartozik az 1 radián szögelforduláshoz)!

2. Normál lengés

Mérje meg az inga mozgását egy alkalmas mintavételi gyakoriság esetén (pl. 10 msec), célszerűen pl. 10 másodperces időtartamra! Illessze az (1) összefüggés paramétereit a mérési adatokhoz! Készítsen ábrát is és csatolja a jegyzőkönyvhöz! Adja meg az egyes illesztés paramétereit!

A függvény definiálása és az illesztés a fentiek alapján így történhet:

$$f(x)=F_m*\sin(x/T*3.1416-A)*\exp(-B*x)+F_0$$

```
fit f(x) "meres1.txt" via F0,Fm,A,B,T
```

Itt nyilvánvalóan T a periódusidő, F_m a maximális kitérés (ϕ_{max}), A a kezdőfázis, B a csillapítási paraméter, F_0 pedig a nyugalmi kitérés mért értéke. Fontos tudnivaló, hogy a program akkor találja meg könnyen a helyes illesztést, ha a függvény kezdeti paramétereit nagyjából helyesek, ami onnan látszik, hogy az illesztendő függvény nagyjából követi a mérési pontokat. Ezért **első lépésként** adjon értékeket a változóknak, majd ábrázolja a mérési adatokat és a függvényt együtt:

```
plot "meres1.txt", f(x)
```

és miután meggyőződött arról hogy az illesztendő függvény közel helyes, indítsa az illesztést! A T paraméter különösen fontos, az illesztendő függvény és a mérési adatok periódusideje ne legyen láthatóan különböző. Az illesztés lefutása után ismét ábrázolja együtt a függvényt és a mérési pontokat, amelyeknek ekkor már szinte tökéletesen egybe kell esniük. (Megjegyzés: a **felfele nyíl** gomb visszahozza a már begépet

parancsokat a gnuplot programon belül).

3. A lengésidő amplitúdófüggése

A (2) összefüggés igazolásához mérje meg az inga mozgását pl. 10 msec-os mintavételi gyakoriság esetén körülbelül 10 másodpercen át, legalább 6-7 **jelentősen** különböző ϕ_{\max} értéknél! Mivel egy kis, az amplitúdó négyzetével arányos effektust szeretnénk látni, érdemes a legnagyobb amplitúdót legalább 0.7 - 0.9 radián nagyságúra választani. Illessze és adja meg az (1) összefüggés paramétereit az egyes mérésekben! A feladatot úgy érdemes végrehajtani, hogy előbb minden mozgási szakaszt lemérünk, majd ezeket egymás után illesztjük. A gnuplot programból való kilépéskor ugyanis a már betáplált függvény-definíciók elvesznek, melyek újradefiniálása idővesztéssel jár.

A mérés során szisztematikus hibát jelenthet ha “különbözőképpen” indítjuk az ingát. Emiatt a mérést úgy végezze, hogy minden mérősorozat nagyjából ugyanolyan fázisból induljon (például induljon fél fázissal a tényleges indítás után), illetve ugyanannyi ideig tartson (például 10 másodperc – ennél rövidebb idő pontatlanabb mérést okoz, sokkal hosszabb idő alatt pedig az inga jelentősen csillapodik)!

Ábrázolja az adatokat, azaz a ϕ_{\max} függvényében a β és a T értékeket! (ezeket a **notepad** programmal létrehozott fájlba másolhatja a gnuplot képernyőjéről). Illesszen $T_0*(1+x*x*H)$ alakú, tehát szimmetrikus parabolát (miért?) a $T - \phi_{\max}$ pontokra! Készítsen ezekről ábrát is, és sorszámozva csatolja a jegyzőkönyvhöz! Adja meg az $T - \phi_{\max}$ illesztés paramétereit! Hasonlítsa össze ennek eredményét a (2) összefüggéssel! Mennyire teljesül az elméleti várakozás?