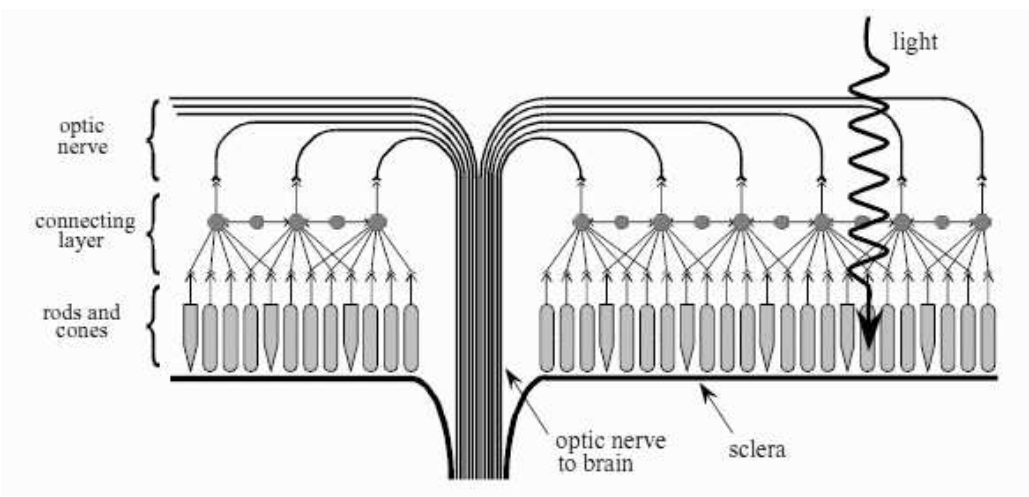
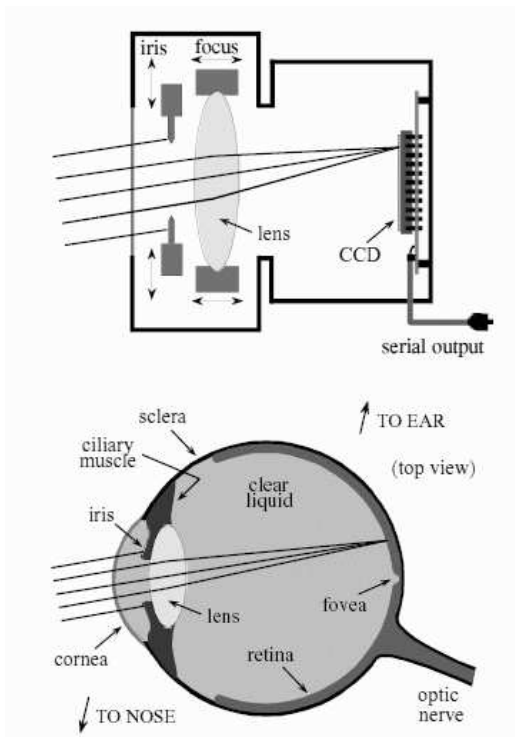
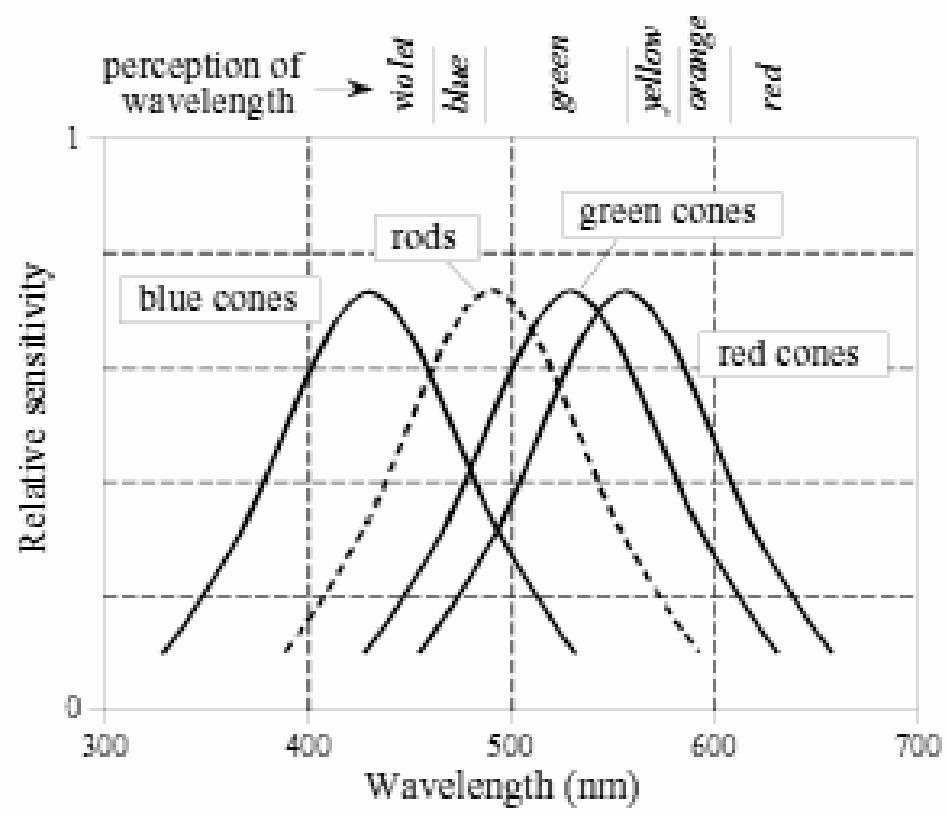
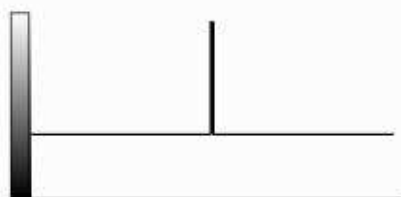
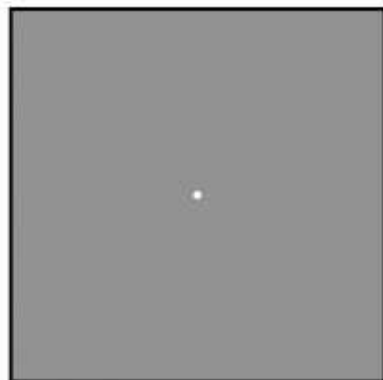


Képfeldolgozás





a. Image at first layer



b. Image at third layer

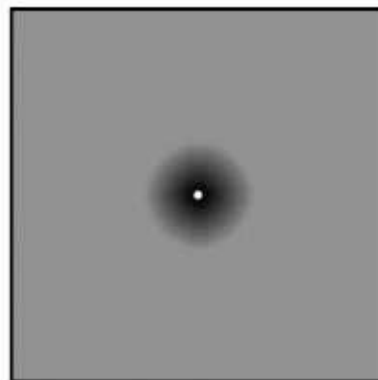
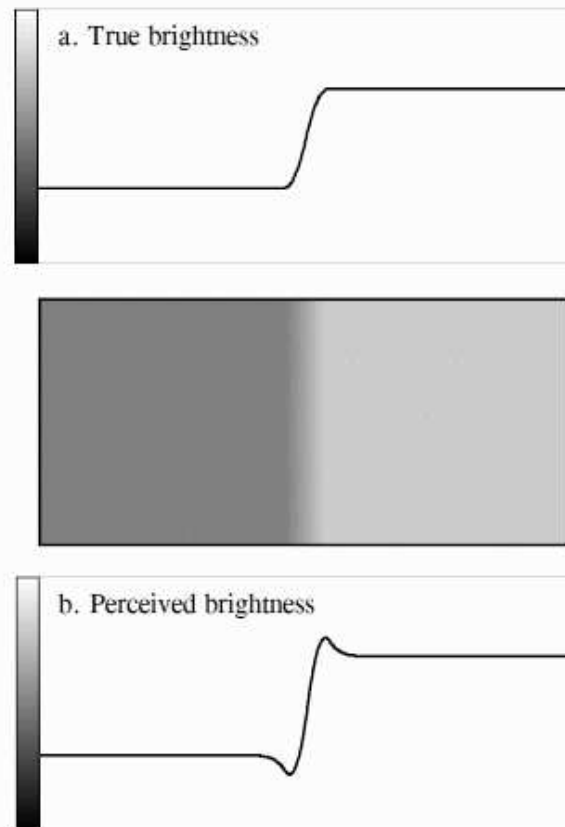
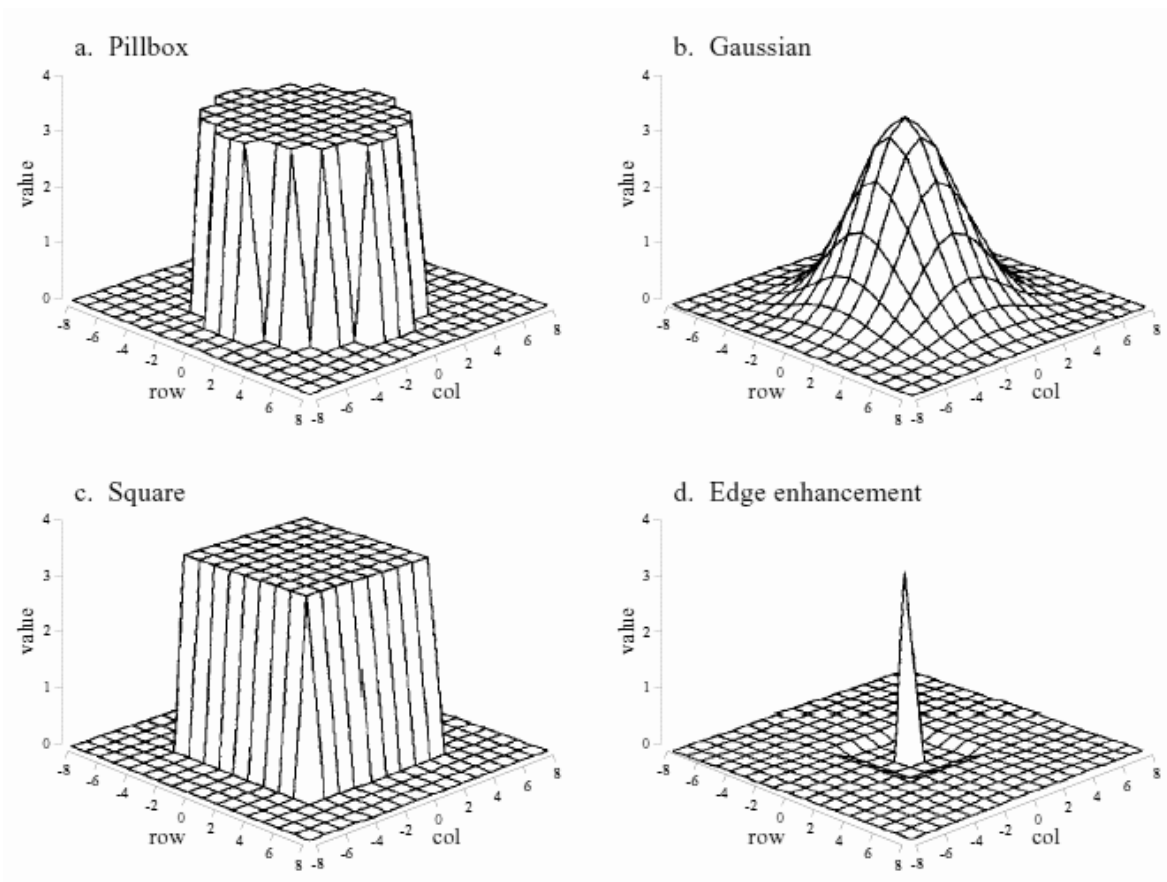


FIGURE 24-2

Mach bands. Image processing in the retina results in a slowly changing edge, as in (a), being sharpened, as in (b). This makes it easier to separate objects in the image, but produces an optical illusion called *Mach bands*. Near the edge, the overshoot makes the dark region look darker, and the light region look lighter. This produces dark and light bands that run parallel to the edge.





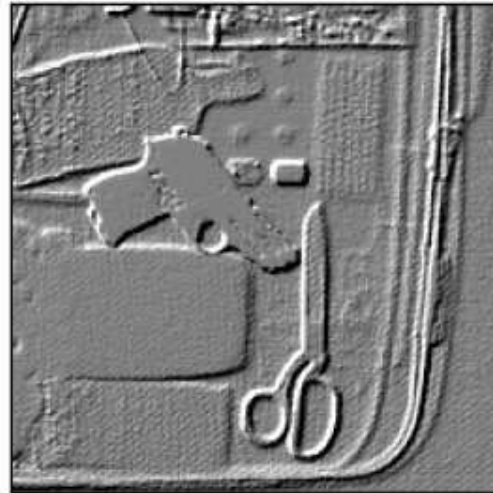
a. Delta function

0	0	0
0	1	0
0	0	0



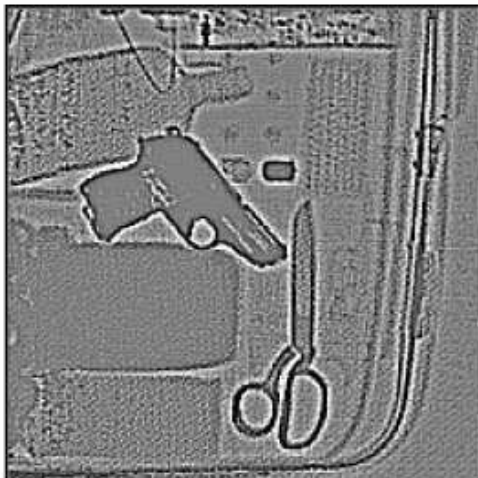
b. Shift and subtract

0	0	0
0	1	0
0	0	-1



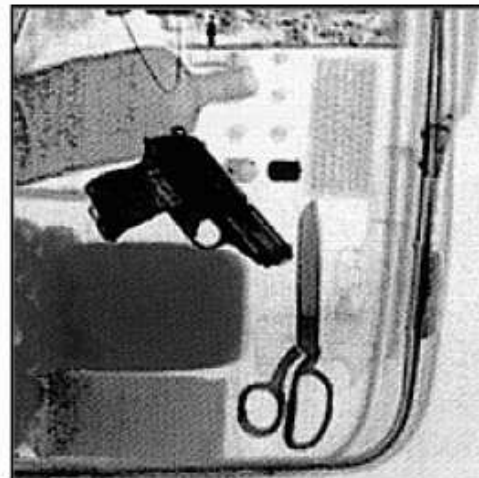
c. Edge detection

-1/8	-1/8	-1/8
-1/8	1	-1/8
-1/8	-1/8	-1/8



d. Edge enhancement

-k/8	-k/8	-k/8
-k/8	k+1	-k/8
-k/8	-k/8	-k/8

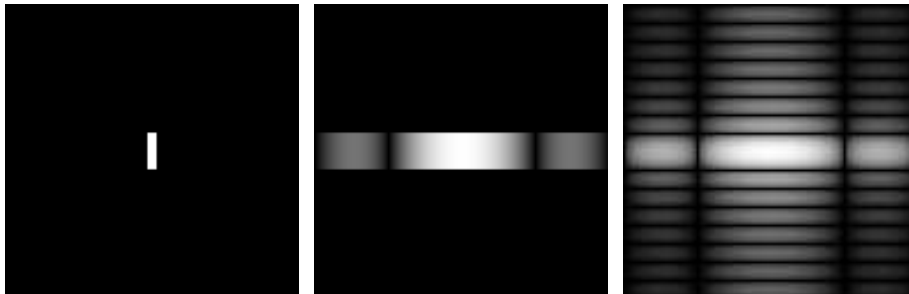


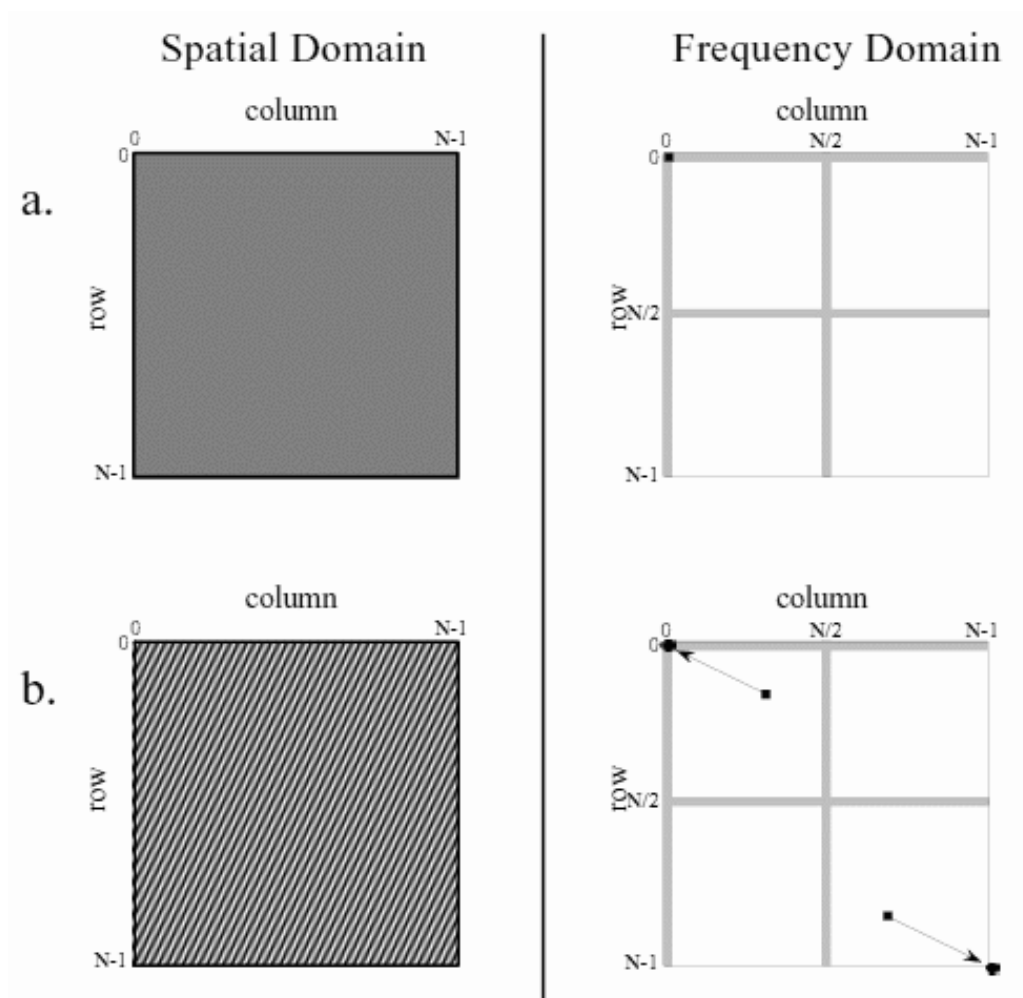
2D FFT

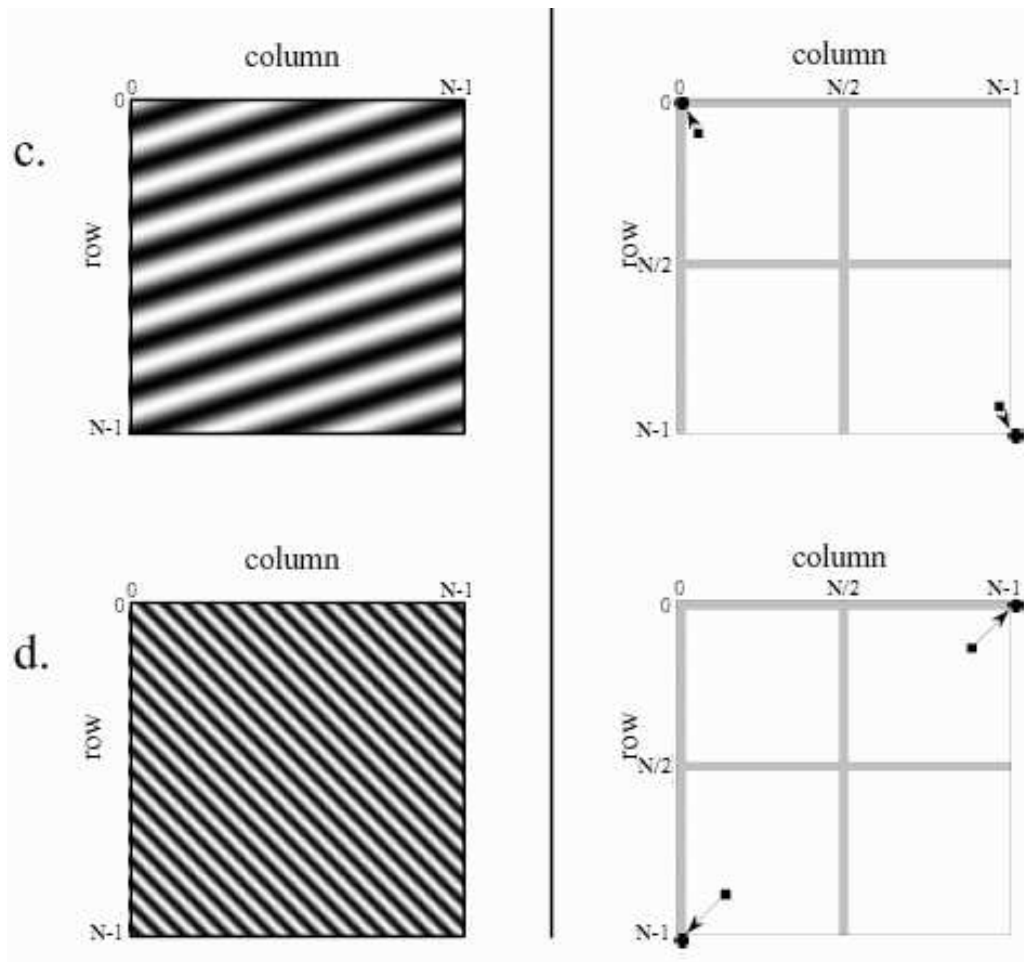
$$F(u, v) = \frac{1}{NM} \sum_{x=0}^N \sum_{y=0}^M f(x, y) e^{-2\pi i \left(\frac{ux}{N} + \frac{vy}{M} \right)}$$

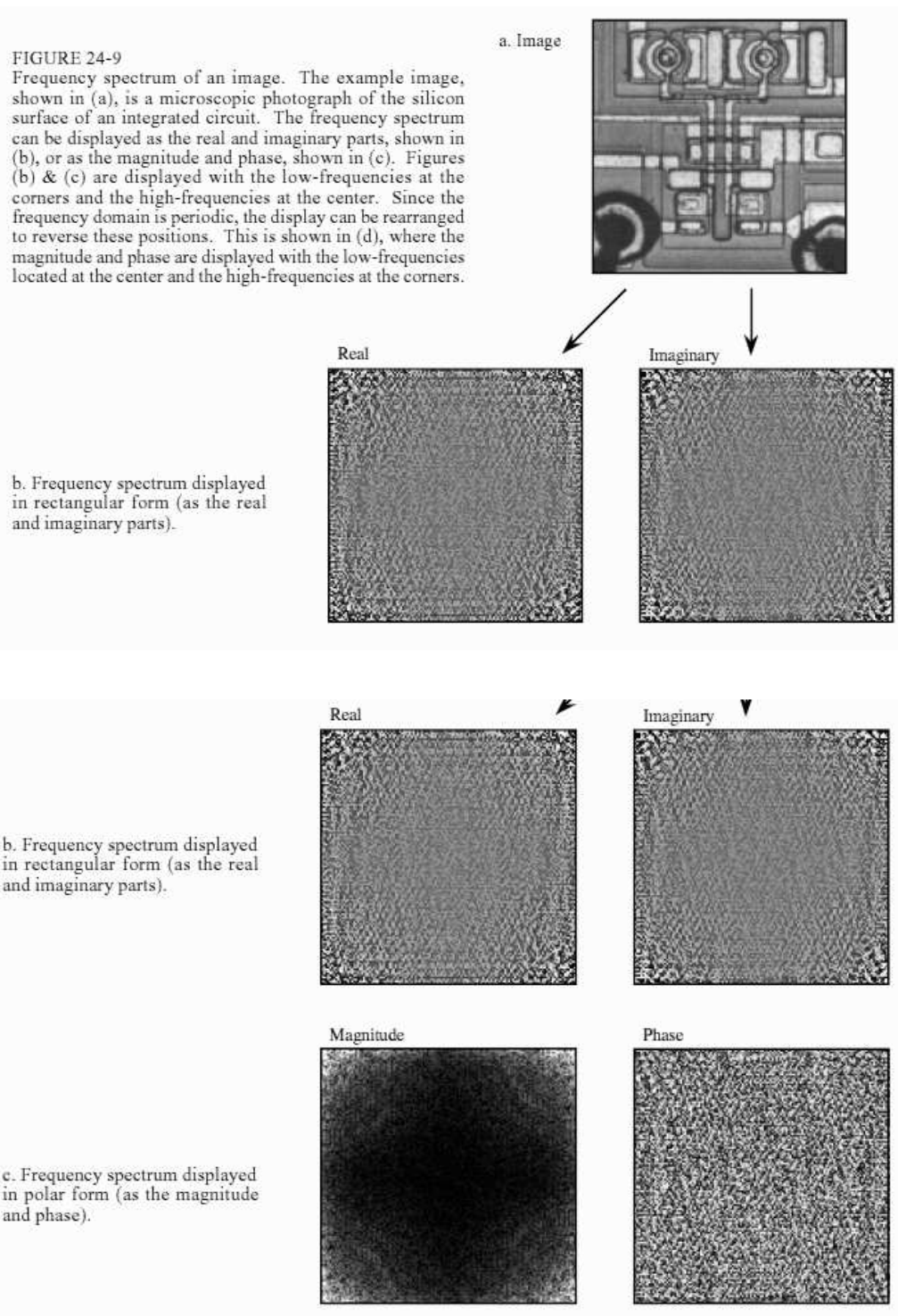
$$F(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^N \frac{1}{M} \sum_{y=0}^M f(x, y) e^{-2\pi i \frac{ux}{N}} e^{-2\pi i \frac{vy}{M}}$$

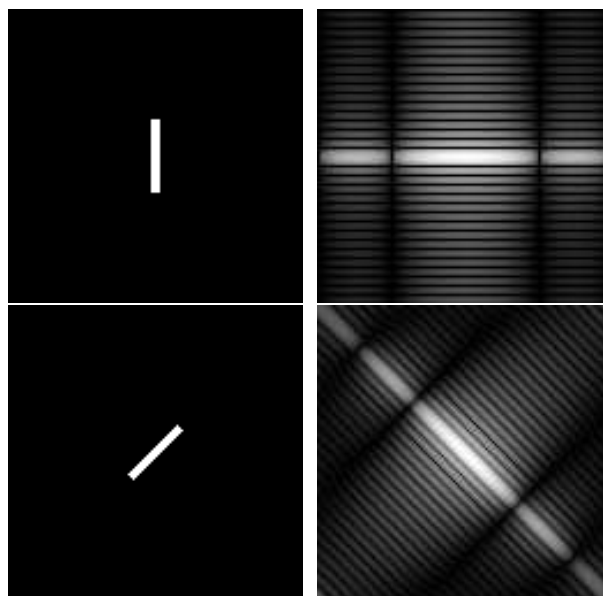
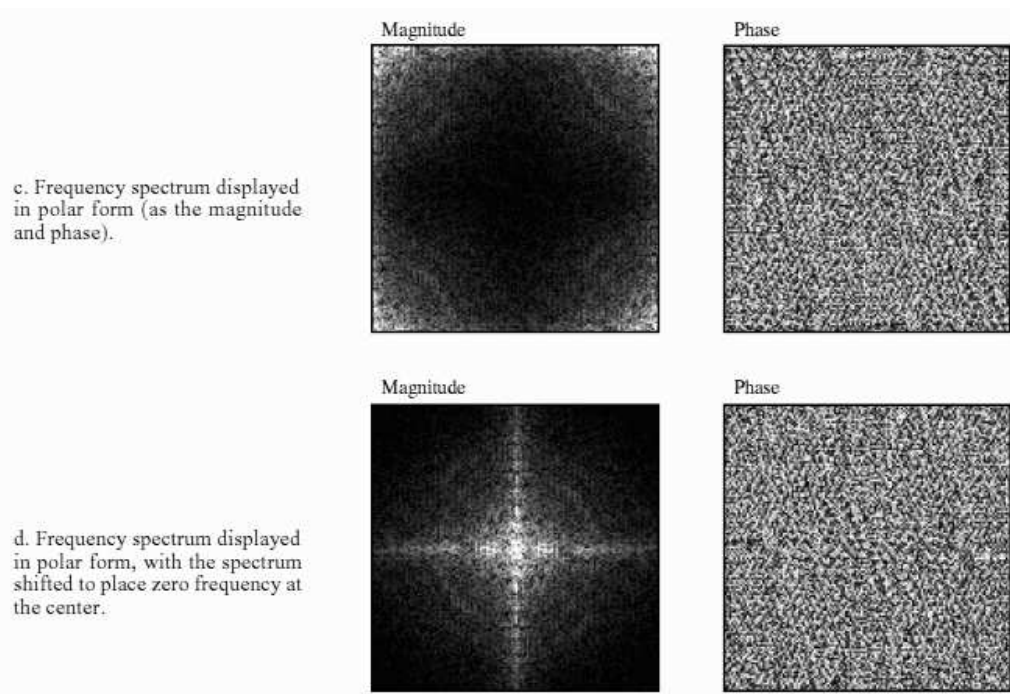
$$F(u, v) = \frac{1}{M} \sum_{y=0}^M F(u, y) e^{-2\pi i \frac{vy}{M}}$$

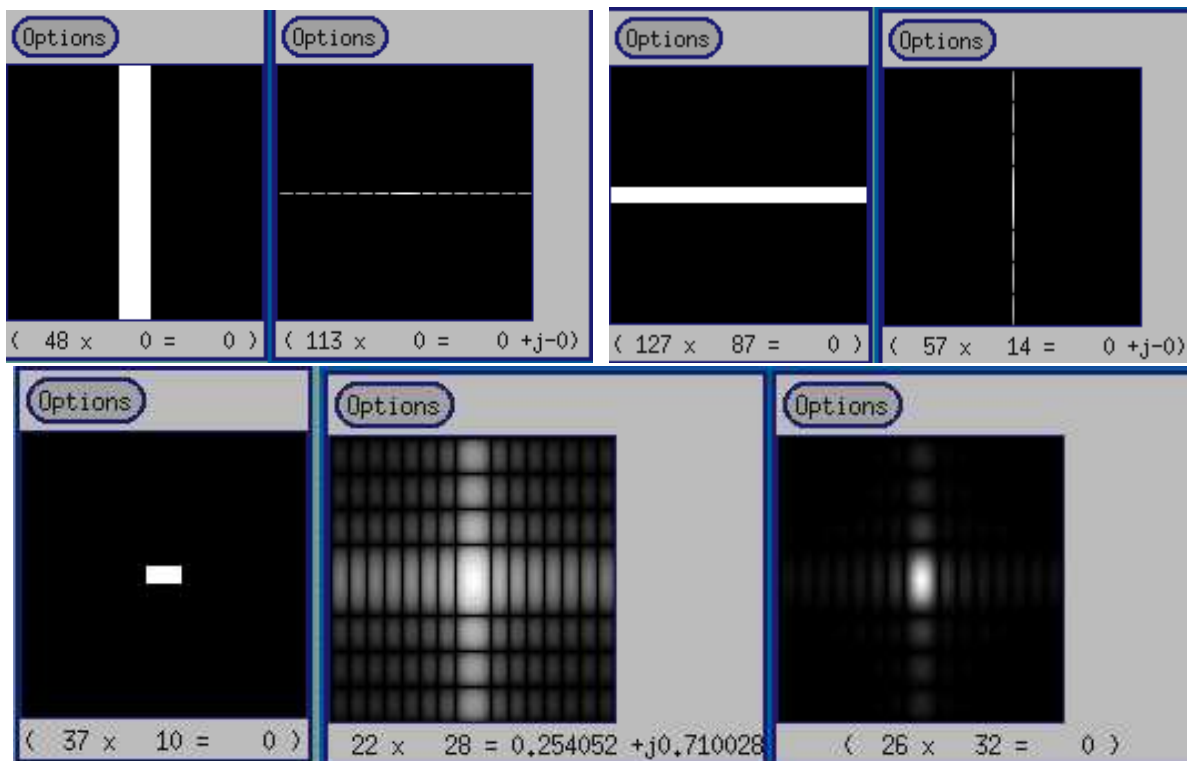
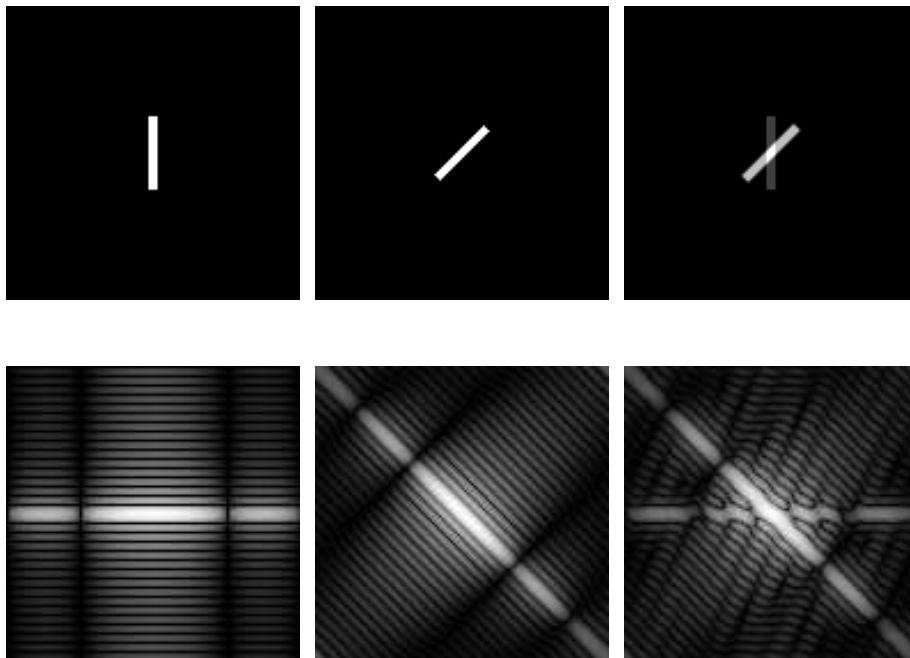


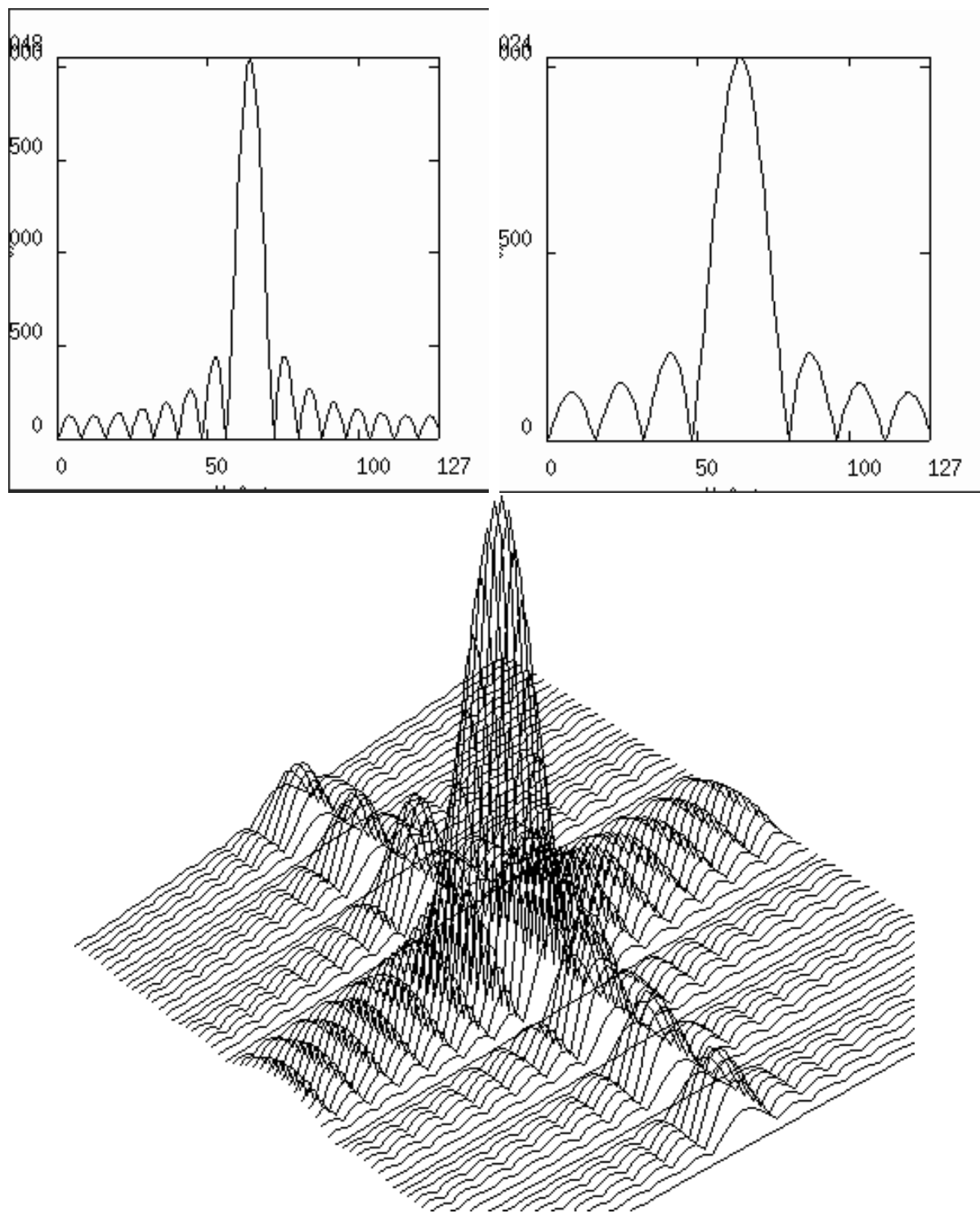








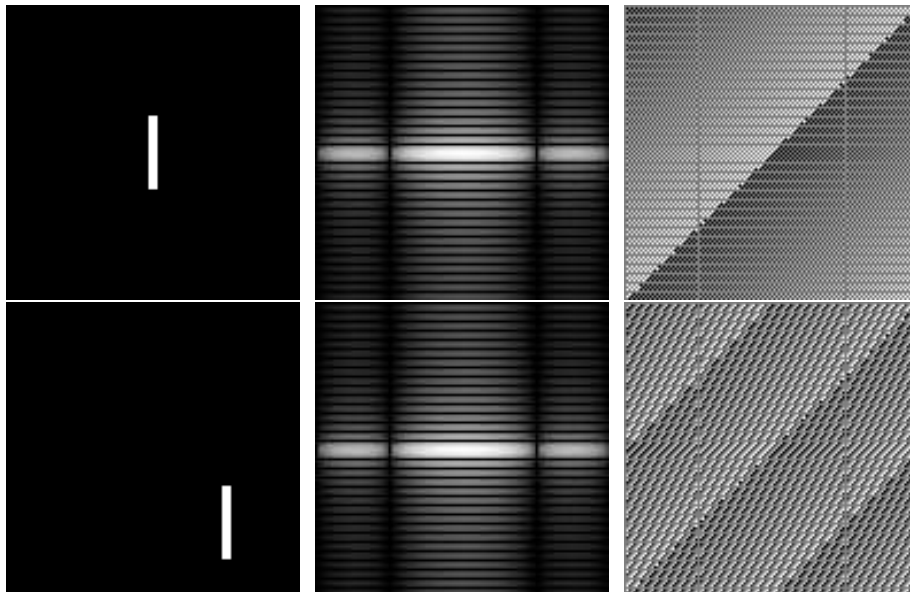


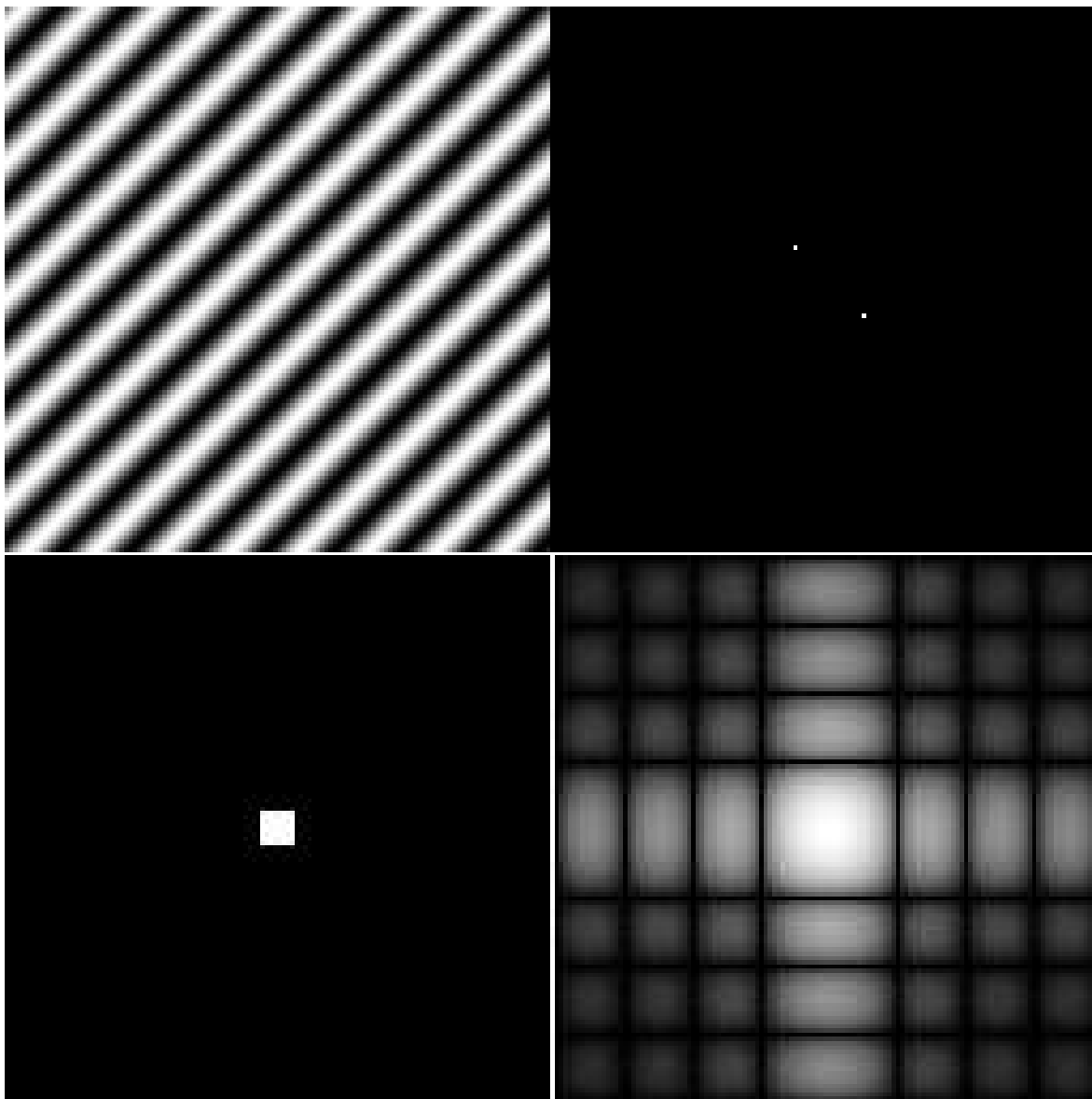


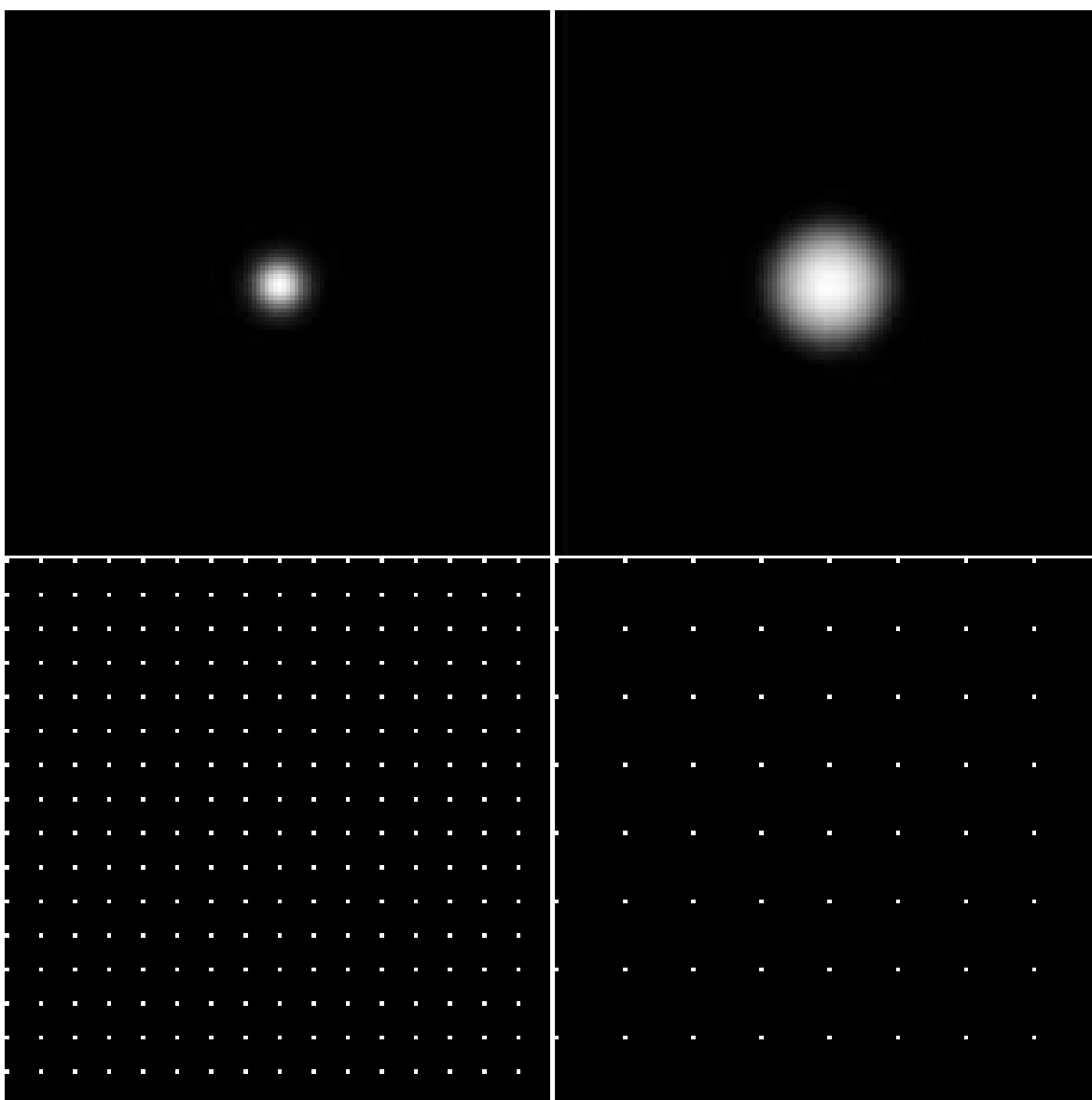
Eltolás

$$F(u, v) = F(u, v)e^{-2\pi i(\frac{ux_0}{N} + \frac{vy_0}{M})}$$

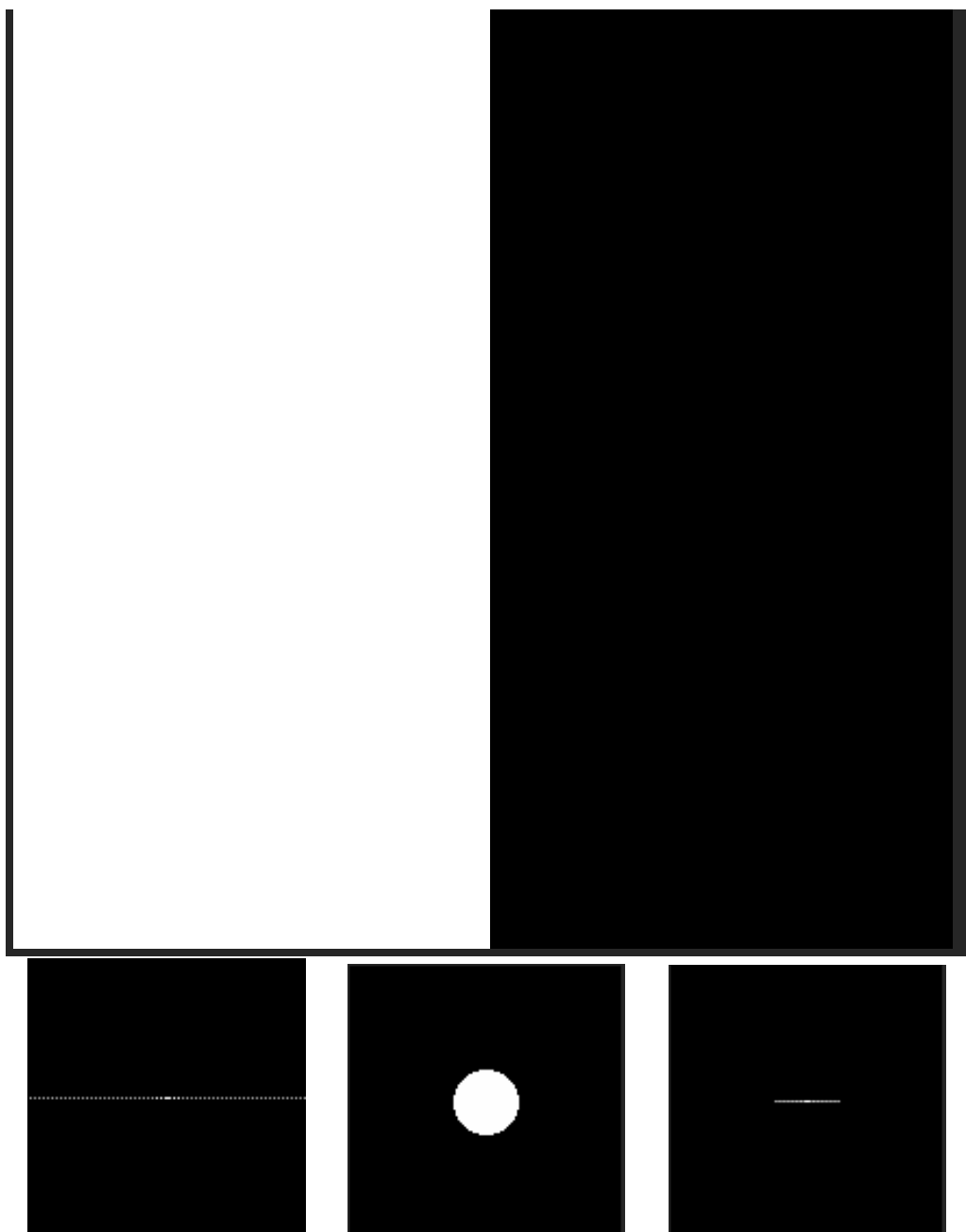
Modulo 2π !

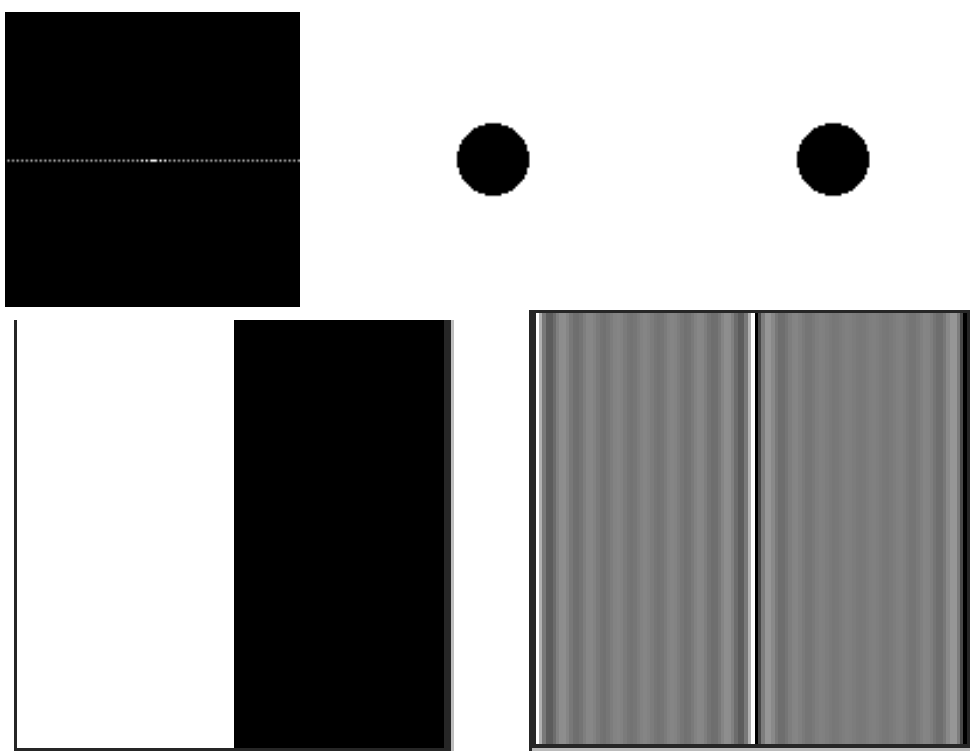
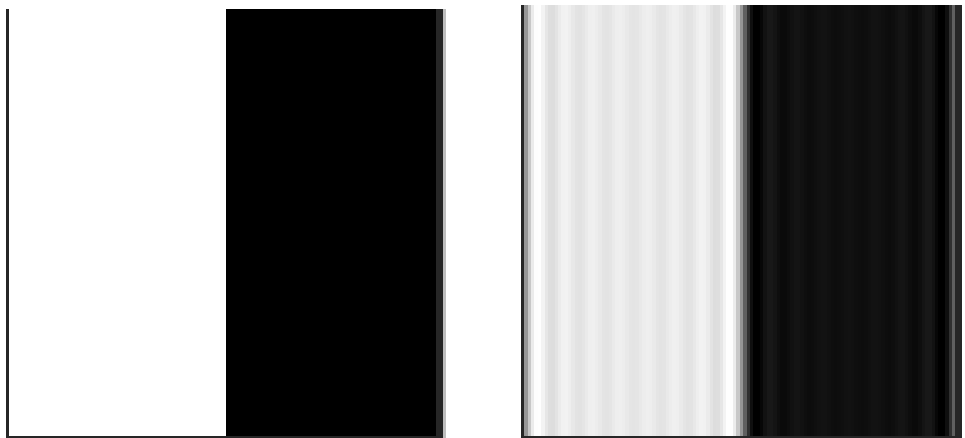


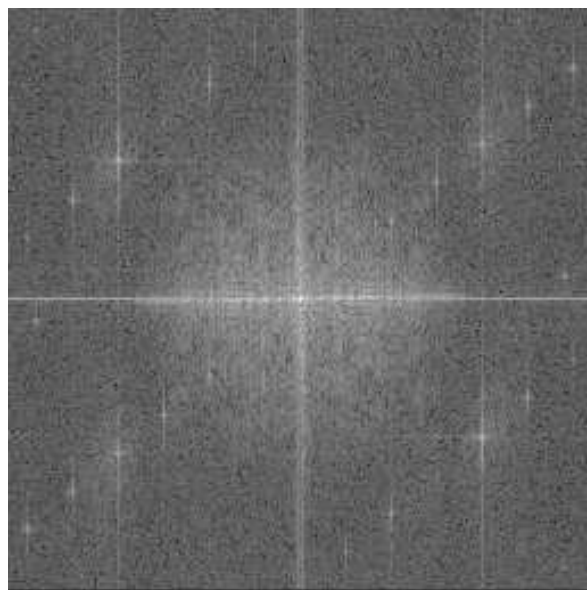
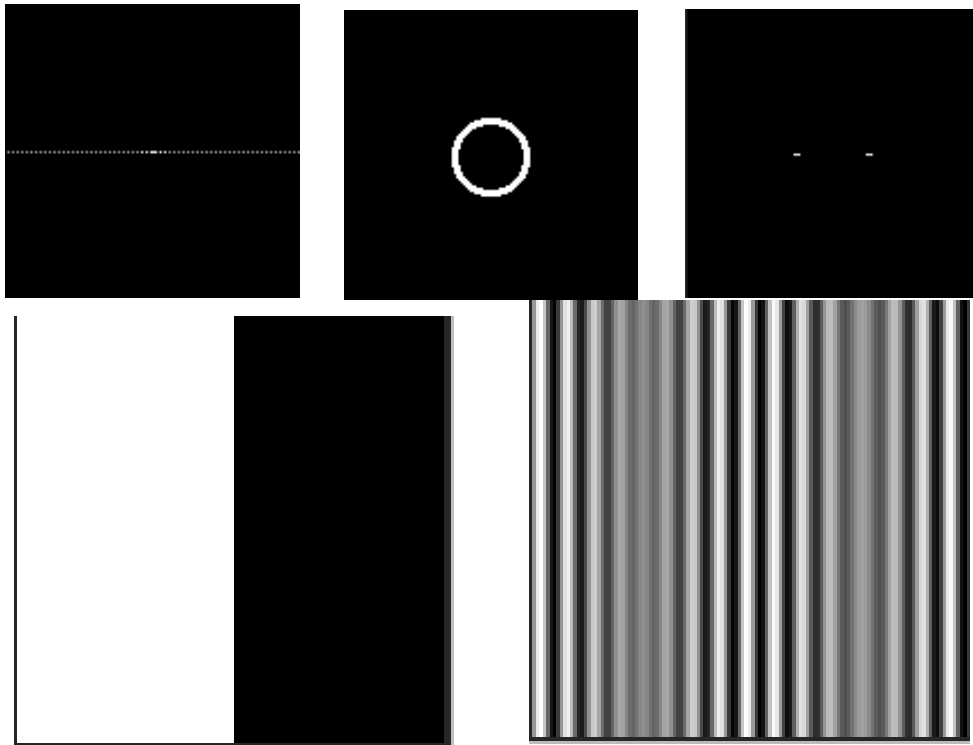


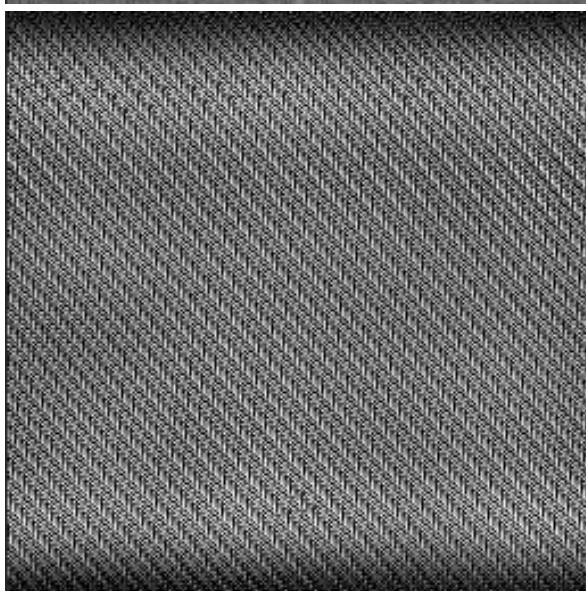
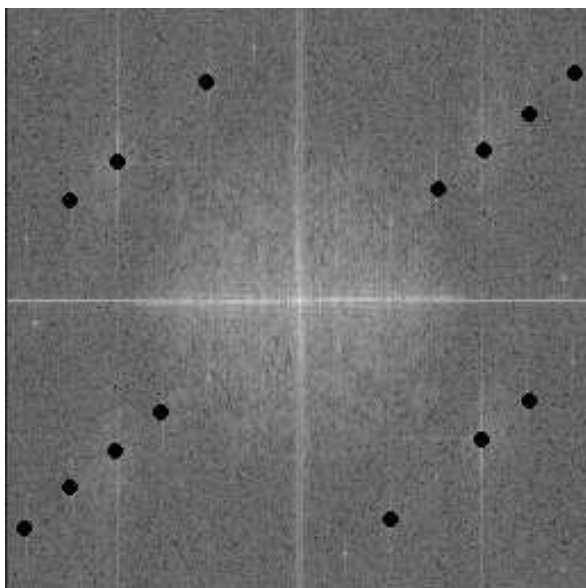
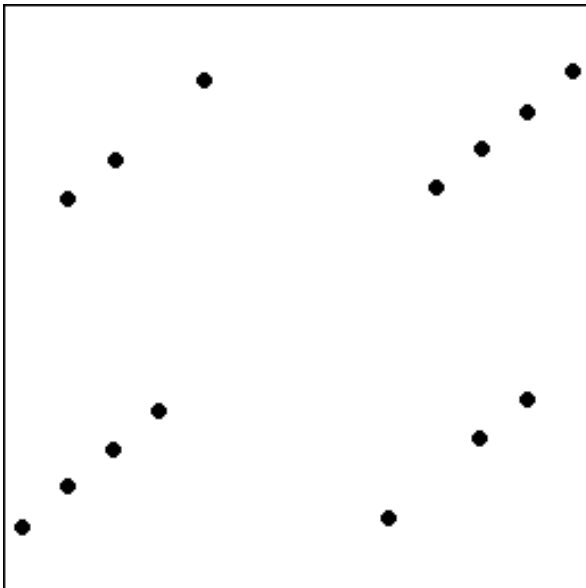


Szűrés

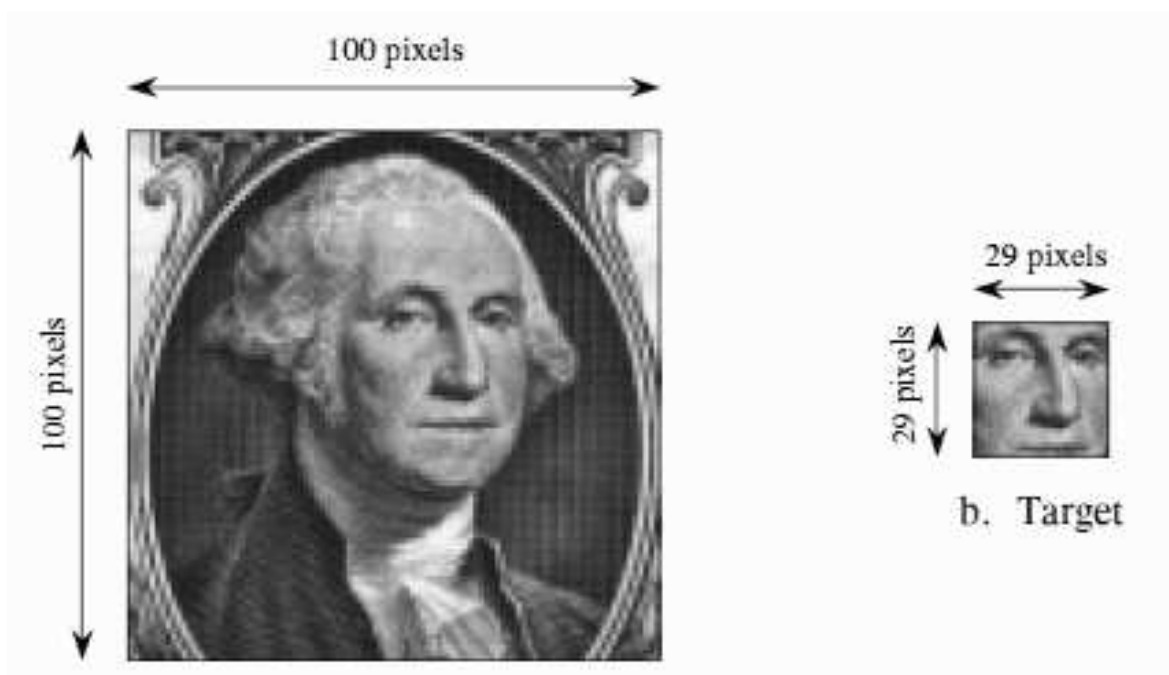


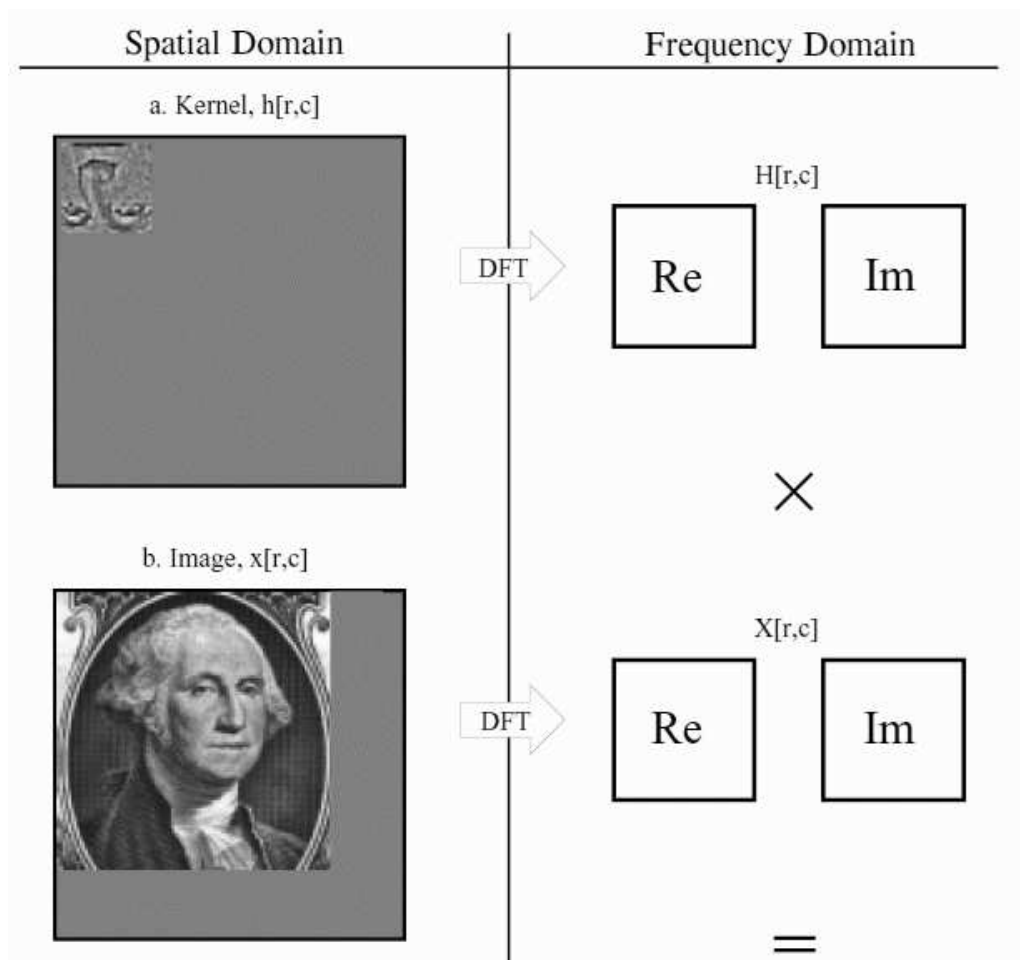


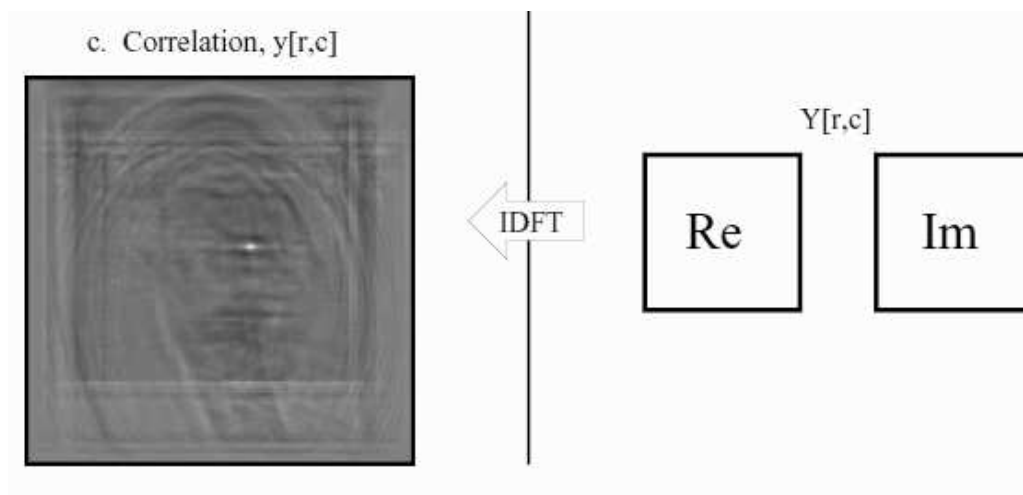




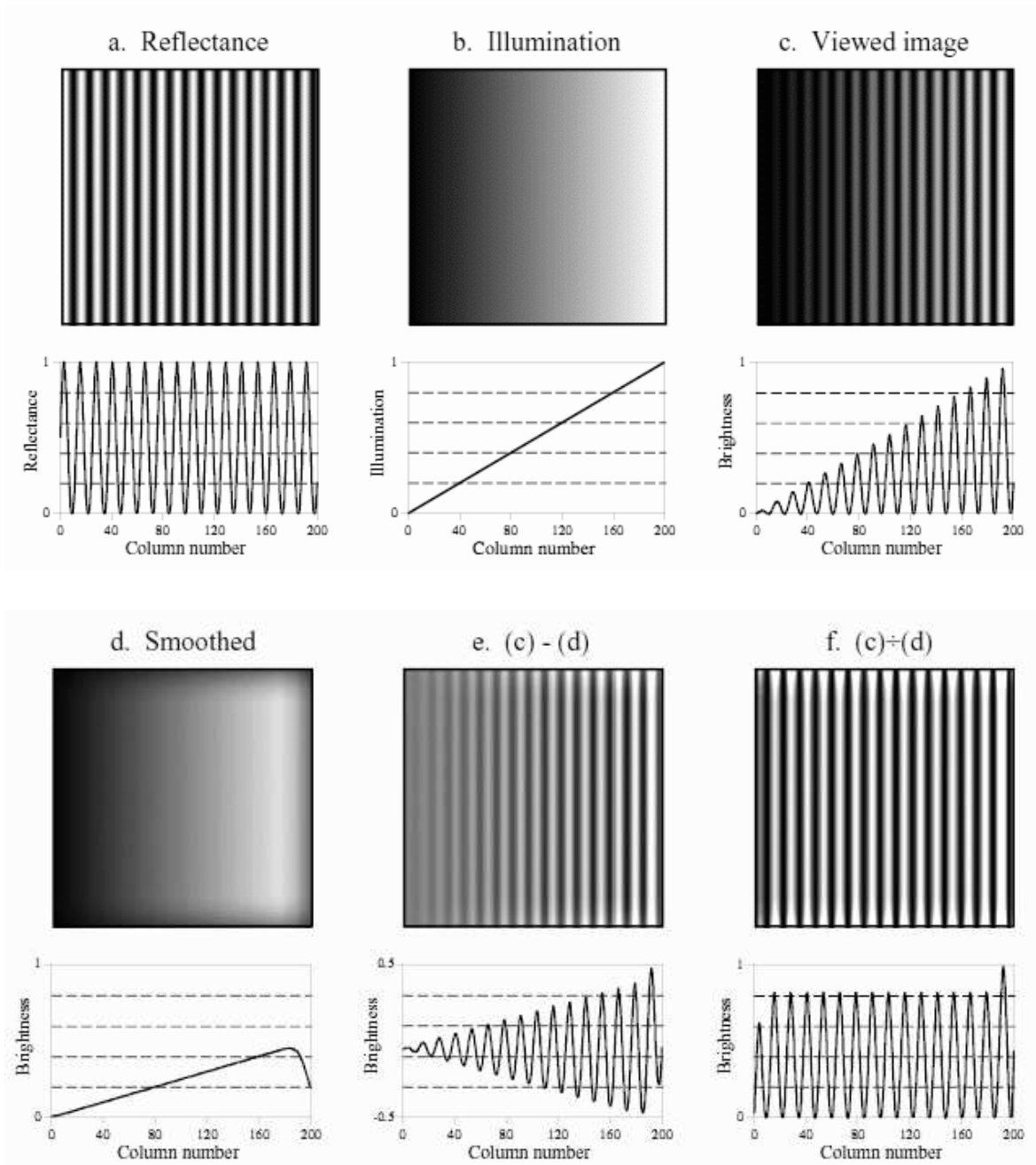
Korreláció





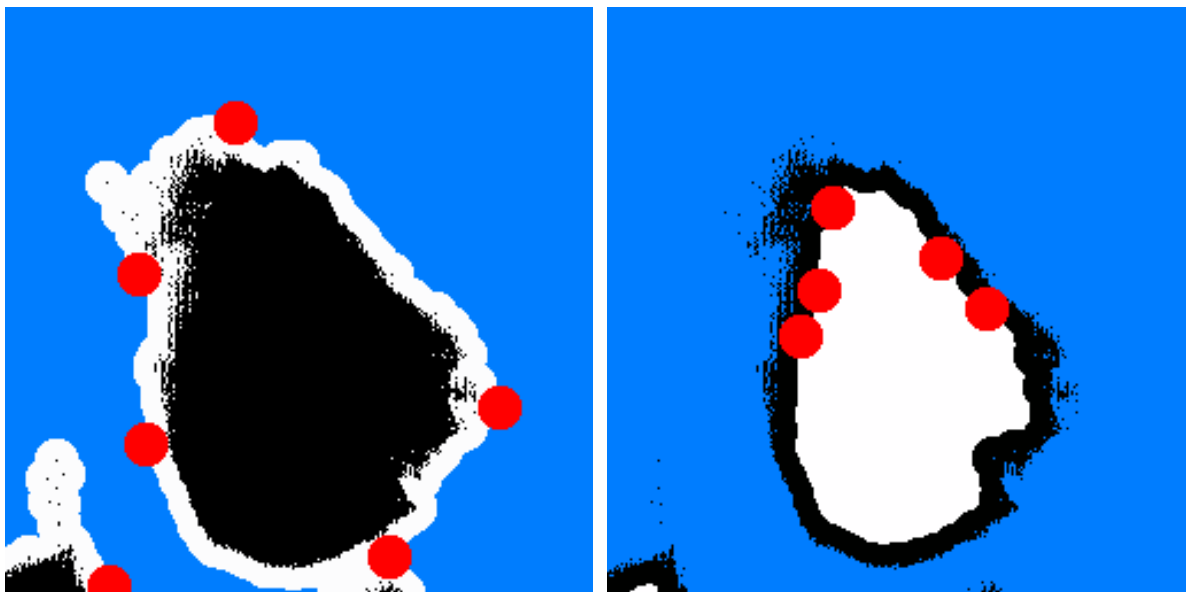


Homomorf szűrés

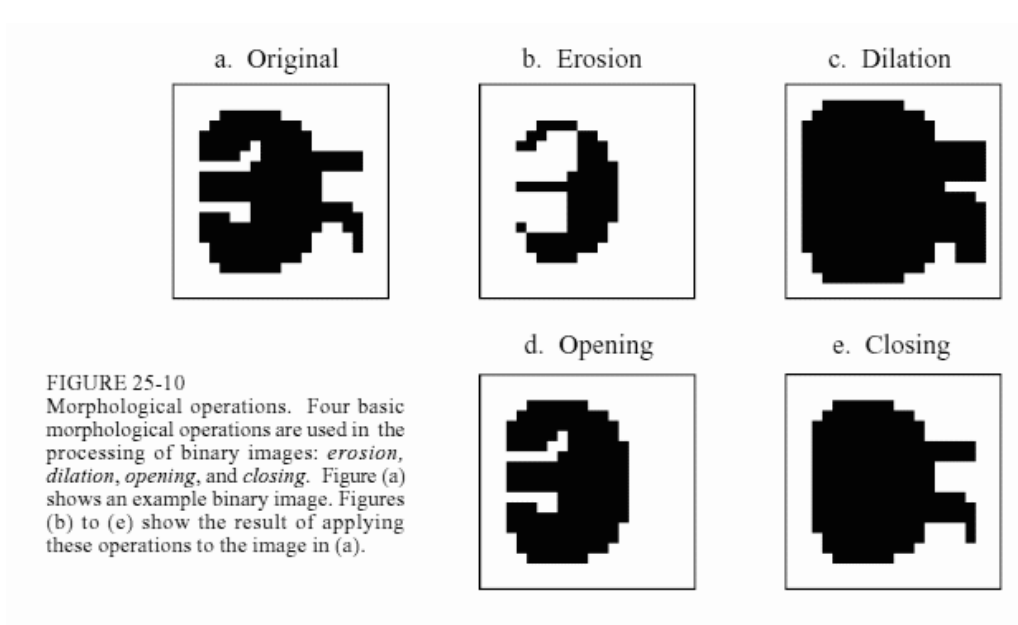
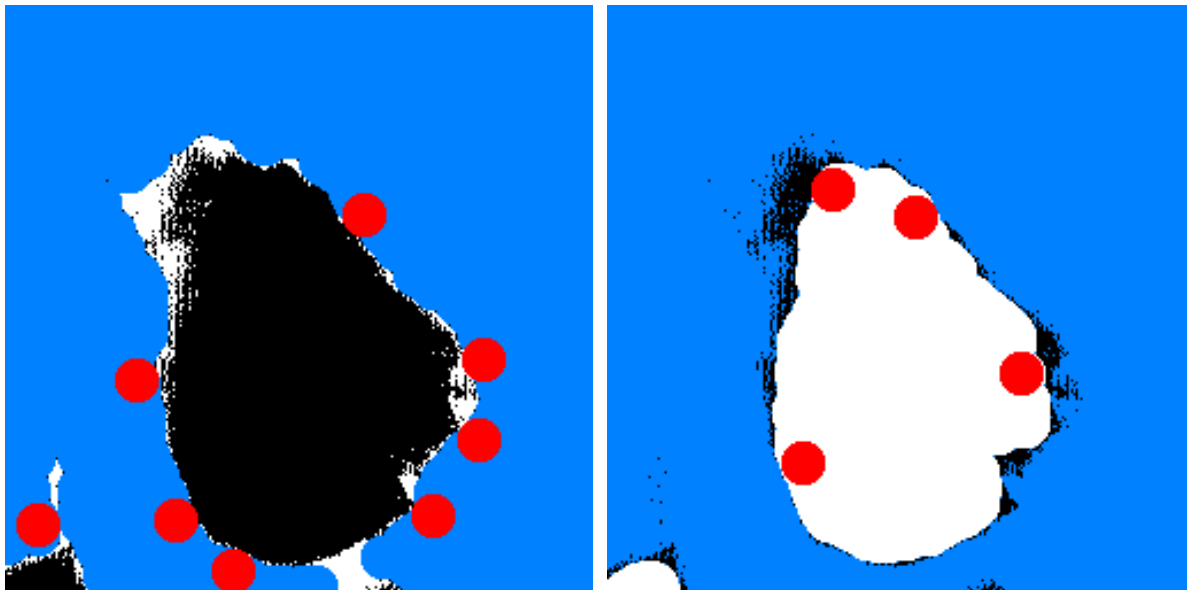


Morfológiai feldolgozás

Dilatáció (ha objektummal érintkezik, akkor objektum) és erózió (ha háttérrel érintkezik, akkor háttér):



Zárás (dilatáció, majd erózió) és nyitás (erózió, majd dilatáció):



a. Original fingerprint



b. Skeletonized fingerprint



Főkomponens analízis

Mérési adatok \rightarrow dimenziós vektor

ϕ_i ortonormális ($\phi_i \phi_j = \delta_{ij}$) bázis:

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^n \mathbf{y}_i \phi_i = \Phi \mathbf{Y}$$

itt $\Phi = [\phi_1 \dots \phi_n]$ és $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1 \dots \mathbf{y}_n]^T$.

Az ortonormalitás miatt $\mathbf{y}_i = \phi_i \mathbf{X}$

\mathbf{Y} \mathbf{X} elforgatottja

ϕ_i : tulajdonság, \mathbf{y}_i méri

Keressük $m (< n)$ olyan ϕ -t, amelyik \mathbf{X} -et legjobban közelíti!

\mathbf{Y} nem használt tagjait (előre meghatározandó) b_i konstansokkal helyettesítjük:

$$\hat{\mathbf{X}}(m) = \sum_{i=1}^m \mathbf{y}_i \phi_i + \sum_{i=m+1}^n b_i \phi_i$$

Minimalizálás χ^2 eltérés-négyzet

$$\begin{aligned}
 \chi^2 &= E\|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}(m)\| \\
 &= E \sum_{i=m+1}^n \sum_{j=m+1}^n (\mathbf{y}_i - b_i)(\mathbf{y}_j - b_j)\phi_i^T \phi_j \\
 &= \sum_{i=m+1}^n E(\mathbf{y}_i - b_i)^2
 \end{aligned}$$

$E()$: várható érték operátor

Minimum: deriválni kell χ^2 -t b_i szerint!

$$b_i = E\mathbf{y}_i.$$

Ezt visszaírva χ^2 -be:

$$\begin{aligned}
 \chi^2 &= \sum_{i=m+1}^n E(\mathbf{y}_i - E[\mathbf{y}_i])^2 \\
 &= \sum_{i=m+1}^n \phi_i^T E(\mathbf{X} - E[\mathbf{X}])(\mathbf{X} - E[\mathbf{X}])^T \phi_i \\
 &= \sum_{i=m+1}^n \phi_i^T \Sigma_X \phi_i
 \end{aligned}$$

Σ_X az adatok kovariancia mátrixa!

Bebizonyítható, hogy ϕ_i -re az optimum

$$\Sigma_X \phi_i = \lambda_i \phi_i$$

ϕ_i a λ_i sajátértékhez tartozó sajátvektor

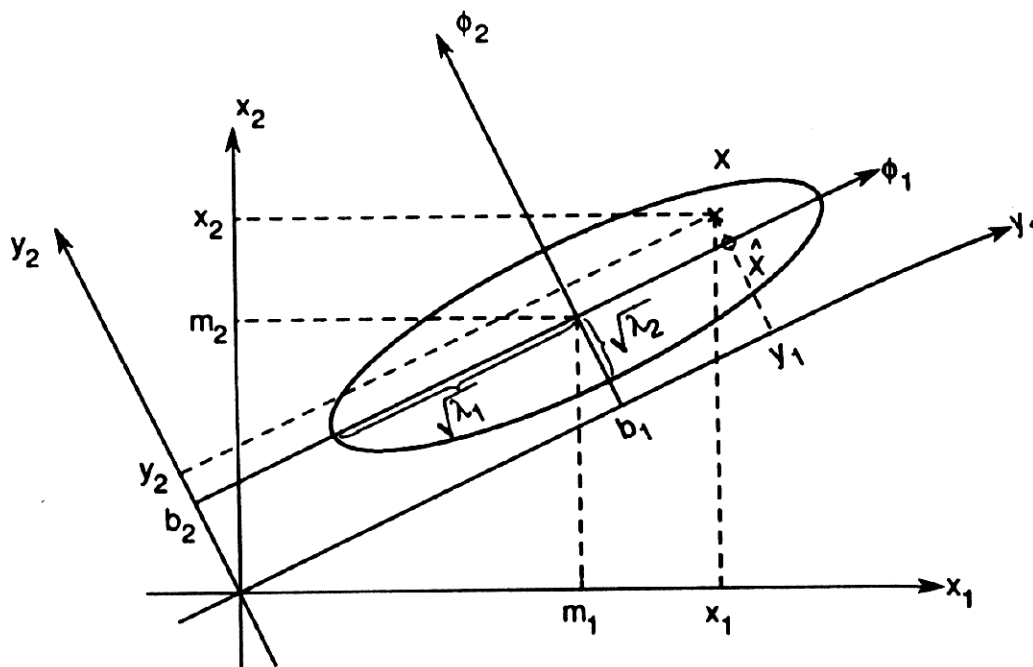
$$\chi^2 = \sum_{i=m+1}^n \lambda_i$$

Azt az eredményt kaptuk tehát, hogy a (a χ^2 közelítés értelemben) Legjobb lineáris reprezentáció:

kovariancia mátrix sajátvektorai szerinti ortogonális transzformáció alapján!

Ha i monoton csökken, $\lambda_i \geq \lambda_j$, ha $i > j$

$m (< n)$ „fő” komponens minimalizálja az eltérést!



A ϕ_1 és ϕ_2 sajátvektorok az eloszlás fő tengelyei

λ_1 és λ_2 sajátértékek:

ϕ_1 és ϕ_2 mentén az eloszlás varianciája

Mivel $y_i = \phi_i^T \mathbf{X}$,

ezért y_1 és y_2 lesz \mathbf{X} vetületei ϕ_1 és ϕ_2 tengelyekre.

A y_i tulajdonságok

ha töröljük az y_i tulajdonságot, akkor a közelítés hibája λ_i -vel nő meg.

Veszteséges tömörítés:

csak a legnagyobb m sajátkomponenst és az arra vett vetületek alapján!

Visszaállítás: átlagos eltérés értéke

$$\sum_{i=m+1}^n \lambda_i$$

ha lesz. Ha ez sokkal kisebb, mint

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i$$

, és m sokkal kisebb, mint n , akkor jelentős tömörítés!

Egyes tulajdonságok egymástól függetlenek:

y_i egymás közötti korrelációja 0.

Adatok entrópiájára is szélsőérték:

az összes lineáris transzformáció közül ez a transzformáció minimalizálja a transzformációk Y terében mért entrópiamaximumot (*minimax* viselkedés)!

Stacionárius idősorok + főkomponens analízis

y_i tulajdonság-függvényei $e^{j\omega_i t}$ alakúak !
Visszkapjuk a Fourier-transzformációt!

Főkomponens analízis hátrányai:
nem mindig (fizikailag) értelmes levonni $E[\mathbf{X}]$ -t

Csak lineáris tulajdonságok! Ellenpélda: adott síkban körívet leíró adatok

Ezt a hátrányt az adatok Normalizálás:

\mathbf{x}_i adatok $\|\mathbf{x}\|$ szerint normálva

a főkomponens analízis rendben végrehajtható!

$\mathbf{z}_i = \mathbf{x}_i / \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j$ normálás

Σ_X szinguláris!

Tömörítési eljárások

jpeg, gif, GSM, compress, pkzip, (arc, rar ...) redundáns adatok:
tömörítés sikeres!

Veszteség nélküli és veszteséges eljárások

Futási hossz:

Pl. a 127 alatti karakter: darabszám a következő ismétlődő karakterre

128 feletti karakter: x-128 darab különböző karakter

Nem mindig hatásos: pl. egy ABABAB...

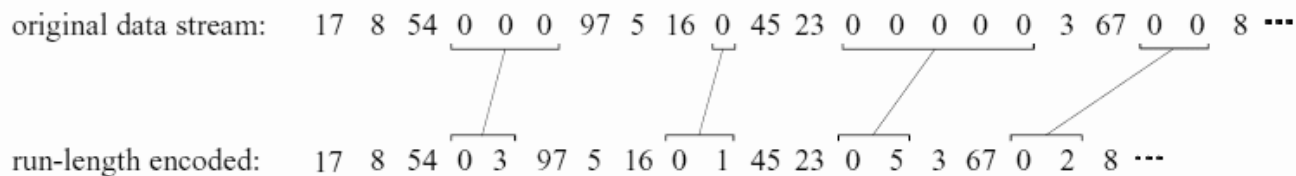


FIGURE 27-1

Example of run-length encoding. Each run of zeros is replaced by two characters in the compressed file: a zero to indicate that compression is occurring, followed by the number of zeros in the run.

Delta kódolás:

csak a különbség: kevesebb bit!

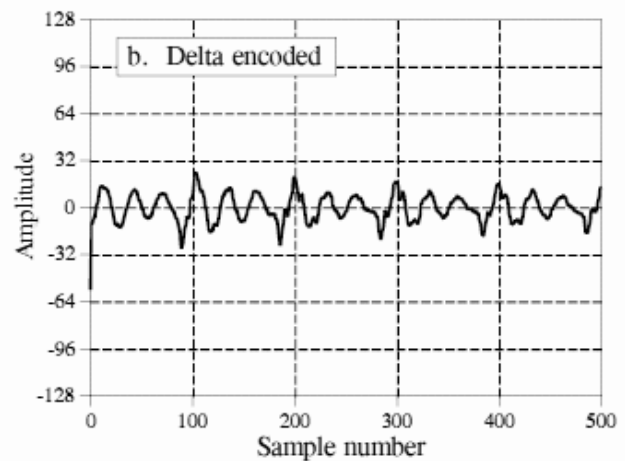
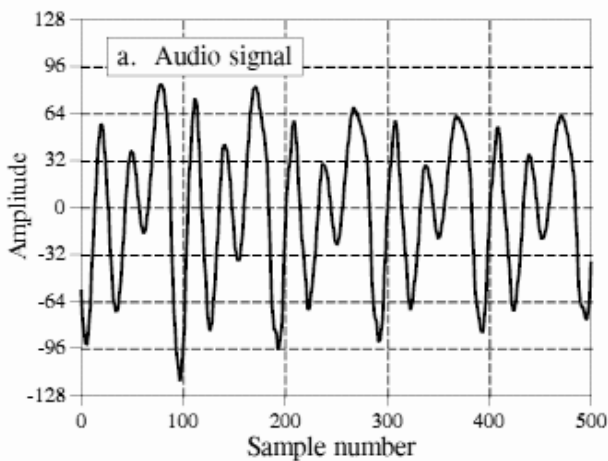
original data stream: 17 19 24 24 24 21 15 10 89 95 96 96 96 95 94 94 95 93 90 87 86 86 ...

$\begin{array}{c} \text{move} \\ \downarrow \\ \text{delta} \\ \downarrow \\ \text{delta} \\ \downarrow \\ \text{delta} \\ \downarrow \\ \text{delta} \\ \downarrow \\ \dots \end{array}$

delta encoded: 17 2 5 0 0 -3 -6 -5 79 6 1 0 0 -1 -1 0 1 -2 -3 -3 -1 0 ...

FIGURE 27-4

Example of delta encoding. The first value in the encoded file is the same as the first value in the original file. Thereafter, each sample in the encoded file is the difference between the current and last sample in the original file.



Lineáris Prediktív Kódolás (LPC)

Lempel-Ziv-Welch eljárás alapötlet: szótár létrehozása

stringtábla		szótár	
a	1	a	1
b	2	b	2
c	3	c	3
-----		-----	
ab	4	1b	4
ba	5	2a	5
abc	6	4c	6
cb	7	3b	7
bab	8	5b	8
baba	9	8a	9
aa	10	1a	10
aa	11	10a	11
aaaa	12	11a	12

- minden bejövő adat: új szó a maximális egyezésű szótárelemmel
- tömörített kódot a maximális egyezésű szótárelem
- szótár mérete tipikusan 2^{12} - 2^{16}
- ha szótár megtelik → letörlik (csak az induló szótár marad meg ASCII!)

bemenő adat	a	b	a	b	c	b	a	b	a	b	a	a	a	a	a	a
kimenő kód	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>5</u>	<u>8</u>		<u>1</u>	<u>10</u>	<u>11</u>						
kód	<u>5</u>		<u>7</u>			<u>9</u>			<u>11</u>							
új string	<u>4</u>		<u>6</u>			<u>8</u>		<u>10</u>		<u>12</u>						

- visszaállítás/dekódolás: szótár újra építése
- adatfolyamban!!
- minden kód rekurzívan helyettesítődik a prefix kódjával+ a követő karakterrel
- HW megvalósítás

bemenő kód	1	2	4	3	5	8	1	10	11	
kimenő kód	v	v	v	v	v	v	v	v	v	
	a	b	1b	c	2a	5b	a	1a	10a	
			v		v	v		v	v	
			a		b	2a		a	1a	
						v			v	
kimenő adat	a	b	ab	c	ba	bab	a	aa	aaa	
új string	<u>4</u>		<u>6</u>			<u>8</u>		<u>10</u>		<u>11</u>
	<u>5</u>			<u>7</u>		<u>9</u>		<u>11</u>		

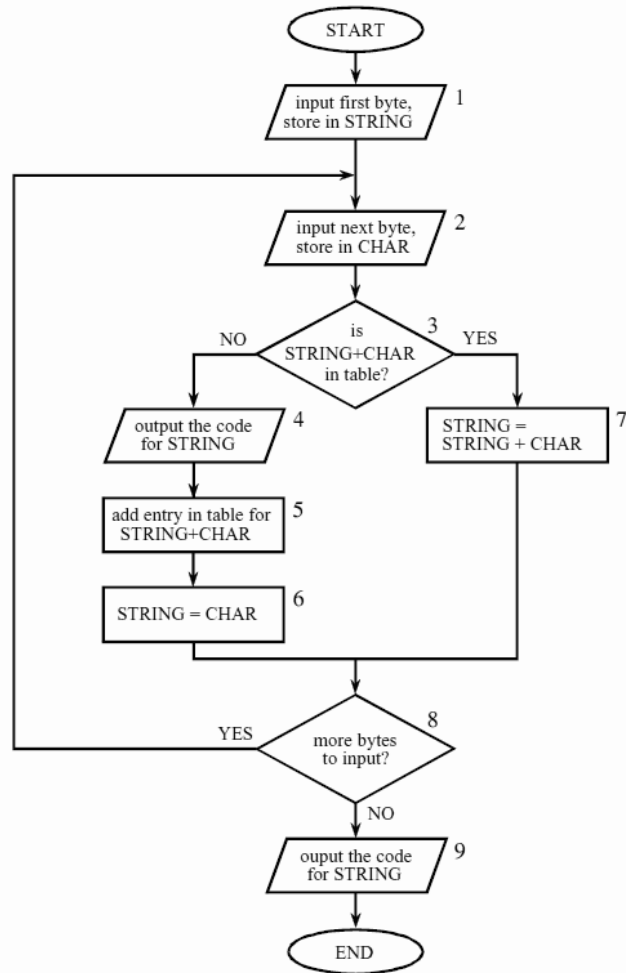


FIGURE 27-7
LZW compression flowchart. The variable, *CHAR*, is a single byte. The variable, *STRING*, is a variable length sequence of bytes. Data are read from the input file (box 1 & 2) as single bytes, and written to the compressed file (box 4) as 12 bit codes. Table 27-3 shows an example of this algorithm.

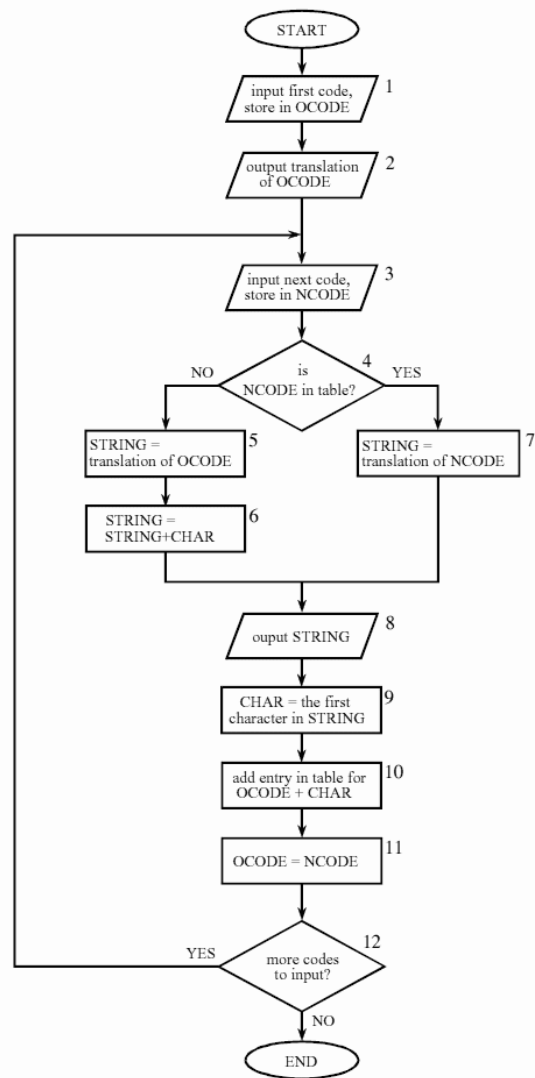
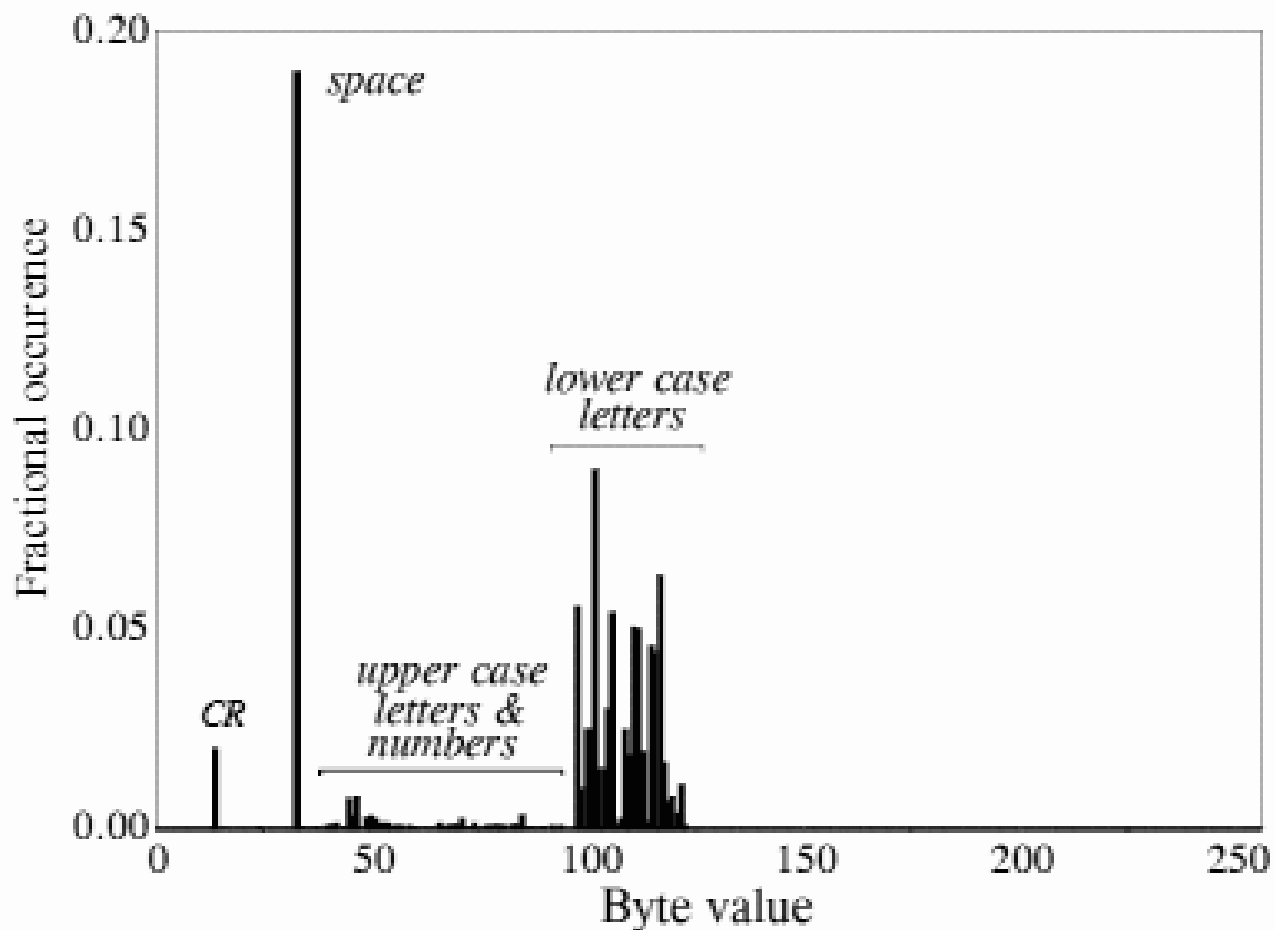


FIGURE 27-8
LZW uncompression flowchart. The variables, *OCODE* and *NCODE* (oldcode and newcode), hold the 12 bit codes from the compressed file, *CHAR* holds a single byte, *STRING* holds a string of bytes.

Huffman-kódolás:

Bejövő jelek eloszlása előzetesen pontosan ismert



sorrendezés előfordulásuk valószínűségében

gyakoriak - kevés bit

ritkák - sok bit

rekurzívan a két legkisebb valószínűségű jel helyett új jelet vezet be, a két jel

valószínűségének együttes valószínűségével

Jel	lépések				
	Valószínűség	1	2	3	4
a_2	0.4	0.4	0.4	0.4	0.6 0.4
a_6	0.3	0.3	0.3	0.3	
a_1	0.1	0.1	0.2	0.3	0.6 0.4
a_4	0.1	0.1	0.1		
a_3	0.06	0.1			
a_5	0.04				

Kódolás: pl. nagyobb valószínűségű jel 0, a kisebb 1

Visszalépünk egyet a rendezésben, s.í.t.

Prefix kódolás

		lépések			
Jel	Valószínűség	1	2	3	4
a_2	0.4	0.4	0.4	0.4	0.6
a_6	0.3	0.3	0.3	0.3	
a_1	0.1	0.1	0.2	0.3	0.4
a_4	0.1	0.1	0.1	0.3	
a_3	0.06	0.1			
a_5	0.04				

Dekódolás: táblázattal
Egyértelmű kódhatárok!

		lépések						
Jel	Val.	Kód	1	2	3	4		
a_2	0.4	1	0.4	1	0.4	1	0.6	0
a_6	0.3	00	0.3	00	0.3	00	0.3	00
a_1	0.1	011	0.1	011	0.2	010	0.3	01
a_4	0.1	0100	0.1	0100	0.1	011		
a_3	0.06	01010	0.1	0101				
a_5	0.04	01011						

Kérdés: Mekkora a példában szereplő karaktersorozat és annak Huffman kódolásának Shannon-entrópiája?

A statikus kódtábla felépítéséhez ismerni kell a jelet!

Aritmetikai kódolás

JPEG kódolás

Veszteséges kódolás (l. pl. wavelet) - hosszú kutatómunka, több ajánlás
 JPEG Baseline coding
 Kép felosztása 8×8 -as területekre (lokálisan adaptív)

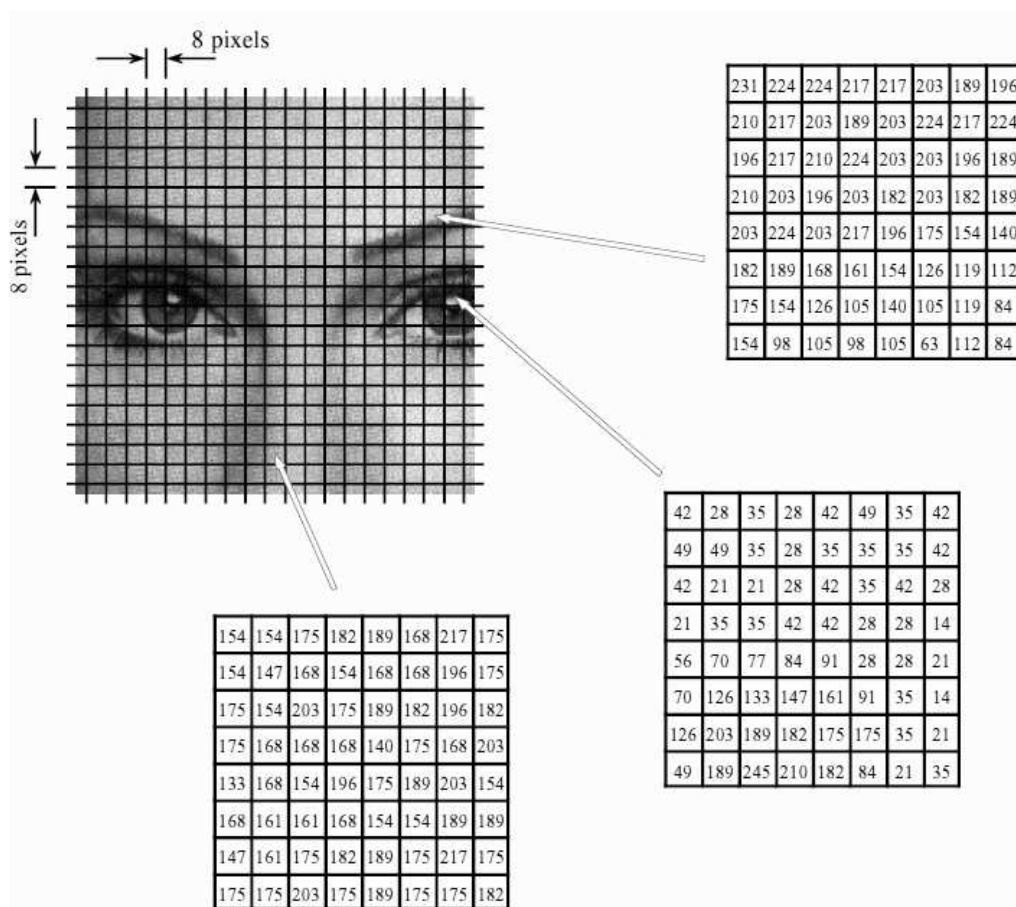
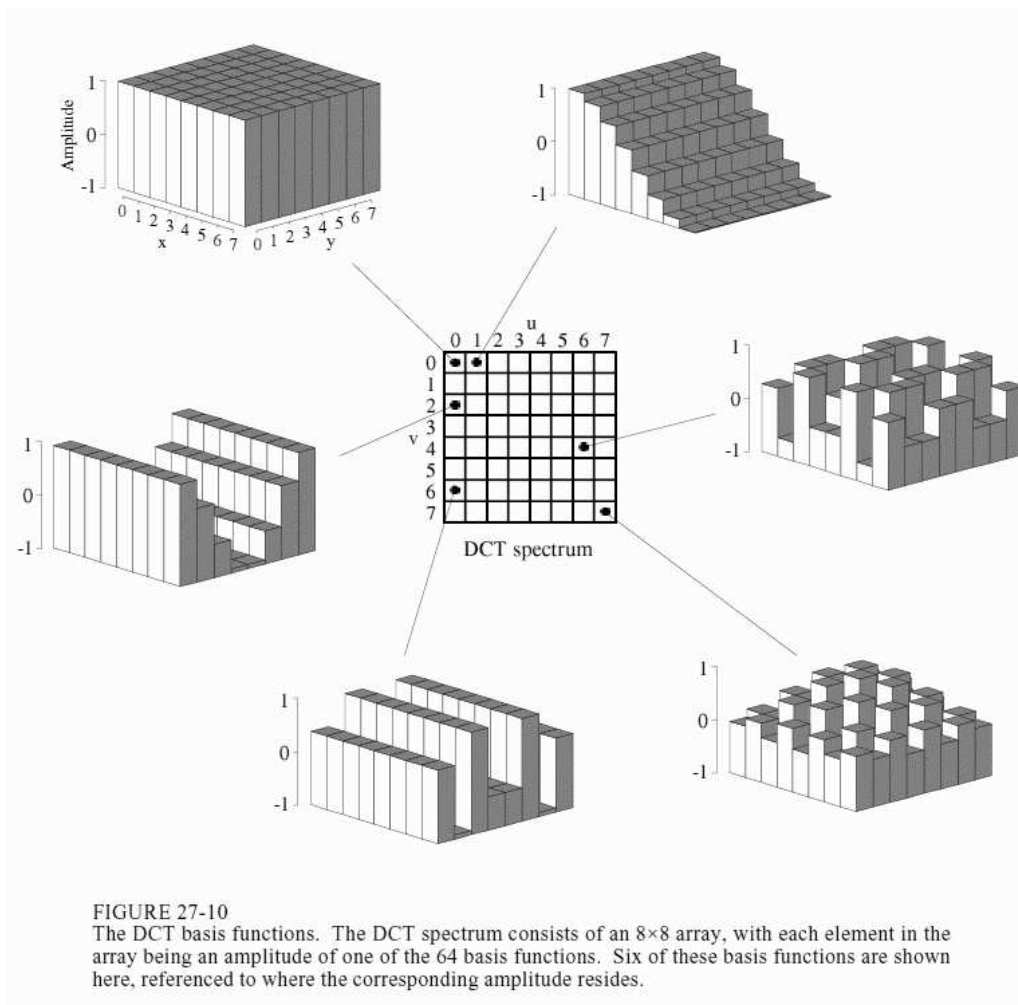


FIGURE 27-9
 JPEG image division. JPEG transform compression starts by breaking the image into 8×8 groups, each containing 64 pixels. Three of these 8×8 groups are enlarged in this figure, showing the values of the individual pixels, a single byte value between 0 and 255.

Kódolás blokkonként: Karhunen-Loeve (főkomponens) transzformáció lenne a legjobb, de FFT is jó, és egyszerűbb:

Ne legyen komplex kimenet: diszkrét cosinus transzformációt (DCT) alkalmazunk

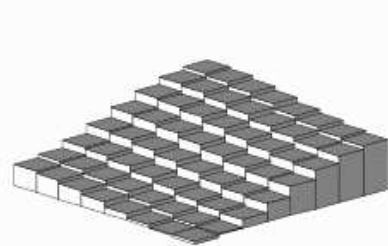
DCT: mintasorrend 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1+FFT → szimmetria miatt valós lesz! Azaz 8×8 valós értékből 8×8 valós értéket készít!



A DCT értékeket kvantáljuk (max. 11 bit!):

Original Group	DCT Spectrum	Quantization Error																																																																																																																																																																																																
<p>a. Eyebrow</p> <table border="1"> <tr><td>231</td><td>224</td><td>224</td><td>217</td><td>217</td><td>203</td><td>189</td><td>196</td></tr> <tr><td>210</td><td>217</td><td>203</td><td>189</td><td>203</td><td>224</td><td>217</td><td>224</td></tr> <tr><td>196</td><td>217</td><td>210</td><td>224</td><td>203</td><td>203</td><td>196</td><td>189</td></tr> <tr><td>210</td><td>203</td><td>196</td><td>203</td><td>182</td><td>203</td><td>182</td><td>189</td></tr> <tr><td>203</td><td>224</td><td>203</td><td>217</td><td>196</td><td>175</td><td>154</td><td>140</td></tr> <tr><td>182</td><td>189</td><td>168</td><td>161</td><td>154</td><td>126</td><td>119</td><td>112</td></tr> <tr><td>175</td><td>154</td><td>126</td><td>105</td><td>140</td><td>105</td><td>119</td><td>84</td></tr> <tr><td>154</td><td>98</td><td>105</td><td>98</td><td>105</td><td>63</td><td>112</td><td>84</td></tr> </table>	231	224	224	217	217	203	189	196	210	217	203	189	203	224	217	224	196	217	210	224	203	203	196	189	210	203	196	203	182	203	182	189	203	224	203	217	196	175	154	140	182	189	168	161	154	126	119	112	175	154	126	105	140	105	119	84	154	98	105	98	105	63	112	84	<p>d. Eyebrow spectrum</p> <table border="1"> <tr><td>174</td><td>19</td><td>0</td><td>3</td><td>1</td><td>0</td><td>-3</td><td>1</td></tr> <tr><td>52</td><td>-13</td><td>-3</td><td>-4</td><td>-4</td><td>-4</td><td>5</td><td>-8</td></tr> <tr><td>-18</td><td>-4</td><td>8</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>0</td><td>9</td></tr> <tr><td>5</td><td>12</td><td>-4</td><td>0</td><td>0</td><td>-5</td><td>-1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>-2</td><td>-1</td><td>4</td><td>4</td><td>2</td><td>0</td></tr> <tr><td>-1</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>-2</td><td>5</td><td>-5</td><td>-5</td><td>3</td><td>2</td><td>-1</td><td>-1</td></tr> <tr><td>3</td><td>5</td><td>-7</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>-4</td><td>0</td></tr> </table>	174	19	0	3	1	0	-3	1	52	-13	-3	-4	-4	-4	5	-8	-18	-4	8	3	3	2	0	9	5	12	-4	0	0	-5	-1	0	1	2	-2	-1	4	4	2	0	-1	2	1	3	0	0	1	1	-2	5	-5	-5	3	2	-1	-1	3	5	-7	0	0	0	-4	0	<p>g. Using 10 bits</p> <table border="1"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>-1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>-1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>-1</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>-1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </table>	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
231	224	224	217	217	203	189	196																																																																																																																																																																																											
210	217	203	189	203	224	217	224																																																																																																																																																																																											
196	217	210	224	203	203	196	189																																																																																																																																																																																											
210	203	196	203	182	203	182	189																																																																																																																																																																																											
203	224	203	217	196	175	154	140																																																																																																																																																																																											
182	189	168	161	154	126	119	112																																																																																																																																																																																											
175	154	126	105	140	105	119	84																																																																																																																																																																																											
154	98	105	98	105	63	112	84																																																																																																																																																																																											
174	19	0	3	1	0	-3	1																																																																																																																																																																																											
52	-13	-3	-4	-4	-4	5	-8																																																																																																																																																																																											
-18	-4	8	3	3	2	0	9																																																																																																																																																																																											
5	12	-4	0	0	-5	-1	0																																																																																																																																																																																											
1	2	-2	-1	4	4	2	0																																																																																																																																																																																											
-1	2	1	3	0	0	1	1																																																																																																																																																																																											
-2	5	-5	-5	3	2	-1	-1																																																																																																																																																																																											
3	5	-7	0	0	0	-4	0																																																																																																																																																																																											
0	0	0	0	-1	0	0	0																																																																																																																																																																																											
-1	0	0	0	0	0	0	-1																																																																																																																																																																																											
0	0	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																											
0	0	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																											
0	0	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																											
0	0	1	0	0	0	-1	0																																																																																																																																																																																											
0	0	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																											
0	0	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																											
<p>b. Eye</p> <table border="1"> <tr><td>42</td><td>28</td><td>35</td><td>28</td><td>42</td><td>49</td><td>35</td><td>42</td></tr> <tr><td>49</td><td>49</td><td>35</td><td>28</td><td>35</td><td>35</td><td>35</td><td>42</td></tr> <tr><td>42</td><td>21</td><td>21</td><td>28</td><td>42</td><td>35</td><td>42</td><td>28</td></tr> <tr><td>21</td><td>35</td><td>35</td><td>42</td><td>42</td><td>28</td><td>28</td><td>14</td></tr> <tr><td>56</td><td>70</td><td>77</td><td>84</td><td>91</td><td>28</td><td>28</td><td>21</td></tr> <tr><td>70</td><td>126</td><td>133</td><td>147</td><td>161</td><td>91</td><td>35</td><td>14</td></tr> <tr><td>126</td><td>203</td><td>189</td><td>182</td><td>175</td><td>175</td><td>35</td><td>21</td></tr> <tr><td>49</td><td>189</td><td>245</td><td>210</td><td>182</td><td>84</td><td>21</td><td>35</td></tr> </table>	42	28	35	28	42	49	35	42	49	49	35	28	35	35	35	42	42	21	21	28	42	35	42	28	21	35	35	42	42	28	28	14	56	70	77	84	91	28	28	21	70	126	133	147	161	91	35	14	126	203	189	182	175	175	35	21	49	189	245	210	182	84	21	35	<p>e. Eye spectrum</p> <table border="1"> <tr><td>70</td><td>24</td><td>-28</td><td>-4</td><td>-2</td><td>-10</td><td>-1</td><td>0</td></tr> <tr><td>-53</td><td>-35</td><td>43</td><td>13</td><td>7</td><td>13</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>23</td><td>9</td><td>-10</td><td>-8</td><td>-7</td><td>-6</td><td>5</td><td>-3</td></tr> <tr><td>6</td><td>2</td><td>-2</td><td>8</td><td>2</td><td>-1</td><td>0</td><td>-1</td></tr> <tr><td>-10</td><td>-2</td><td>-1</td><td>-12</td><td>2</td><td>1</td><td>-1</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>11</td><td>-4</td><td>-1</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>-3</td><td>-5</td><td>-5</td><td>-4</td><td>3</td><td>2</td><td>-3</td><td>5</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	70	24	-28	-4	-2	-10	-1	0	-53	-35	43	13	7	13	1	3	23	9	-10	-8	-7	-6	5	-3	6	2	-2	8	2	-1	0	-1	-10	-2	-1	-12	2	1	-1	4	3	0	0	11	-4	-1	5	6	-3	-5	-5	-4	3	2	-3	5	3	0	4	5	1	2	1	0	<p>h. Using 8 bits</p> <table border="1"> <tr><td>0</td><td>-3</td><td>-1</td><td>-1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>-1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>-1</td><td>-1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>-1</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-2</td><td>1</td><td>0</td><td>-2</td><td>0</td><td>-2</td><td>-2</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-2</td><td>-1</td><td>2</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>-2</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>-4</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>-2</td><td>0</td><td>1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-3</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td></tr> </table>	0	-3	-1	-1	1	0	0	-1	1	0	-1	-1	0	0	0	-1	-1	-2	1	0	-2	0	-2	-2	-1	-2	-1	2	0	2	0	1	0	-2	1	0	0	1	0	0	0	-4	-1	0	1	0	0	0	0	-2	0	1	-1	-1	1	-1	-1	-3	1	1	1	-3	-2	-1
42	28	35	28	42	49	35	42																																																																																																																																																																																											
49	49	35	28	35	35	35	42																																																																																																																																																																																											
42	21	21	28	42	35	42	28																																																																																																																																																																																											
21	35	35	42	42	28	28	14																																																																																																																																																																																											
56	70	77	84	91	28	28	21																																																																																																																																																																																											
70	126	133	147	161	91	35	14																																																																																																																																																																																											
126	203	189	182	175	175	35	21																																																																																																																																																																																											
49	189	245	210	182	84	21	35																																																																																																																																																																																											
70	24	-28	-4	-2	-10	-1	0																																																																																																																																																																																											
-53	-35	43	13	7	13	1	3																																																																																																																																																																																											
23	9	-10	-8	-7	-6	5	-3																																																																																																																																																																																											
6	2	-2	8	2	-1	0	-1																																																																																																																																																																																											
-10	-2	-1	-12	2	1	-1	4																																																																																																																																																																																											
3	0	0	11	-4	-1	5	6																																																																																																																																																																																											
-3	-5	-5	-4	3	2	-3	5																																																																																																																																																																																											
3	0	4	5	1	2	1	0																																																																																																																																																																																											
0	-3	-1	-1	1	0	0	-1																																																																																																																																																																																											
1	0	-1	-1	0	0	0	-1																																																																																																																																																																																											
-1	-2	1	0	-2	0	-2	-2																																																																																																																																																																																											
-1	-2	-1	2	0	2	0	1																																																																																																																																																																																											
0	-2	1	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																											
0	-4	-1	0	1	0	0	0																																																																																																																																																																																											
0	-2	0	1	-1	-1	1	-1																																																																																																																																																																																											
-1	-3	1	1	1	-3	-2	-1																																																																																																																																																																																											
<p>c. Nose</p> <table border="1"> <tr><td>154</td><td>154</td><td>175</td><td>182</td><td>189</td><td>168</td><td>217</td><td>175</td></tr> <tr><td>154</td><td>147</td><td>168</td><td>154</td><td>168</td><td>168</td><td>196</td><td>175</td></tr> <tr><td>175</td><td>154</td><td>203</td><td>175</td><td>189</td><td>182</td><td>196</td><td>182</td></tr> <tr><td>175</td><td>168</td><td>168</td><td>168</td><td>140</td><td>175</td><td>168</td><td>203</td></tr> <tr><td>133</td><td>168</td><td>154</td><td>196</td><td>175</td><td>189</td><td>203</td><td>154</td></tr> <tr><td>168</td><td>161</td><td>161</td><td>168</td><td>154</td><td>154</td><td>189</td><td>189</td></tr> <tr><td>147</td><td>161</td><td>175</td><td>182</td><td>189</td><td>175</td><td>217</td><td>175</td></tr> <tr><td>175</td><td>175</td><td>203</td><td>175</td><td>189</td><td>175</td><td>175</td><td>182</td></tr> </table>	154	154	175	182	189	168	217	175	154	147	168	154	168	168	196	175	175	154	203	175	189	182	196	182	175	168	168	168	140	175	168	203	133	168	154	196	175	189	203	154	168	161	161	168	154	154	189	189	147	161	175	182	189	175	217	175	175	175	203	175	189	175	175	182	<p>f. Nose spectrum</p> <table border="1"> <tr><td>174</td><td>-11</td><td>-2</td><td>-3</td><td>-3</td><td>6</td><td>-3</td><td>4</td></tr> <tr><td>-2</td><td>-3</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>-4</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>-1</td><td>9</td></tr> <tr><td>-4</td><td>-6</td><td>-2</td><td>1</td><td>-1</td><td>4</td><td>-10</td><td>-3</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>-2</td><td>0</td><td>0</td><td>-2</td><td>0</td><td>-5</td></tr> <tr><td>3</td><td>-1</td><td>3</td><td>-2</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>5</td><td>2</td><td>-2</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>-3</td><td>-13</td><td>3</td><td>-4</td><td>3</td><td>-5</td><td>3</td></tr> </table>	174	-11	-2	-3	-3	6	-3	4	-2	-3	1	2	0	3	1	2	3	0	-4	0	0	0	-1	9	-4	-6	-2	1	-1	4	-10	-3	1	2	-2	0	0	-2	0	-5	3	-1	3	-2	2	1	1	0	3	5	2	-2	3	0	4	3	4	-3	-13	3	-4	3	-5	3	<p>i. Using 5 bits</p> <table border="1"> <tr><td>-13</td><td>-7</td><td>1</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>10</td><td>-2</td></tr> <tr><td>-22</td><td>6</td><td>-13</td><td>5</td><td>-5</td><td>2</td><td>-2</td><td>-13</td></tr> <tr><td>-9</td><td>-15</td><td>0</td><td>-17</td><td>-8</td><td>8</td><td>12</td><td>25</td></tr> <tr><td>-9</td><td>16</td><td>1</td><td>9</td><td>1</td><td>-5</td><td>-5</td><td>13</td></tr> <tr><td>-20</td><td>-3</td><td>-13</td><td>-16</td><td>-19</td><td>-1</td><td>-4</td><td>-22</td></tr> <tr><td>-11</td><td>6</td><td>-8</td><td>16</td><td>-9</td><td>-3</td><td>-7</td><td>6</td></tr> <tr><td>-14</td><td>10</td><td>-9</td><td>4</td><td>-15</td><td>3</td><td>3</td><td>-4</td></tr> <tr><td>-13</td><td>19</td><td>12</td><td>9</td><td>18</td><td>5</td><td>-5</td><td>10</td></tr> </table>	-13	-7	1	4	0	0	10	-2	-22	6	-13	5	-5	2	-2	-13	-9	-15	0	-17	-8	8	12	25	-9	16	1	9	1	-5	-5	13	-20	-3	-13	-16	-19	-1	-4	-22	-11	6	-8	16	-9	-3	-7	6	-14	10	-9	4	-15	3	3	-4	-13	19	12	9	18	5	-5	10
154	154	175	182	189	168	217	175																																																																																																																																																																																											
154	147	168	154	168	168	196	175																																																																																																																																																																																											
175	154	203	175	189	182	196	182																																																																																																																																																																																											
175	168	168	168	140	175	168	203																																																																																																																																																																																											
133	168	154	196	175	189	203	154																																																																																																																																																																																											
168	161	161	168	154	154	189	189																																																																																																																																																																																											
147	161	175	182	189	175	217	175																																																																																																																																																																																											
175	175	203	175	189	175	175	182																																																																																																																																																																																											
174	-11	-2	-3	-3	6	-3	4																																																																																																																																																																																											
-2	-3	1	2	0	3	1	2																																																																																																																																																																																											
3	0	-4	0	0	0	-1	9																																																																																																																																																																																											
-4	-6	-2	1	-1	4	-10	-3																																																																																																																																																																																											
1	2	-2	0	0	-2	0	-5																																																																																																																																																																																											
3	-1	3	-2	2	1	1	0																																																																																																																																																																																											
3	5	2	-2	3	0	4	3																																																																																																																																																																																											
4	-3	-13	3	-4	3	-5	3																																																																																																																																																																																											
-13	-7	1	4	0	0	10	-2																																																																																																																																																																																											
-22	6	-13	5	-5	2	-2	-13																																																																																																																																																																																											
-9	-15	0	-17	-8	8	12	25																																																																																																																																																																																											
-9	16	1	9	1	-5	-5	13																																																																																																																																																																																											
-20	-3	-13	-16	-19	-1	-4	-22																																																																																																																																																																																											
-11	6	-8	16	-9	-3	-7	6																																																																																																																																																																																											
-14	10	-9	4	-15	3	3	-4																																																																																																																																																																																											
-13	19	12	9	18	5	-5	10																																																																																																																																																																																											

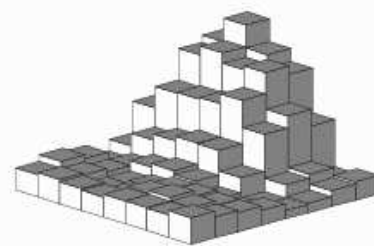
kvantálási tábla:



a. 3 coefficients

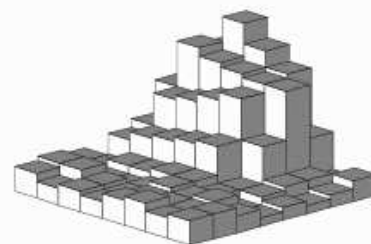


b. 6 coefficients



c. 15 coefficients

FIGURE 27-12
Example of JPEG reconstruction. The 8×8 pixel group used in this example is the *eye* in Fig. 27-9. As shown, less than $1/4$ of the 64 values are needed to achieve a good approximation to the correct image.



d. 64 coefficients
(correct image)

a. Low compression

1	1	1	1	1	2	2	4
1	1	1	1	1	2	2	4
1	1	1	1	2	2	2	4
1	1	1	1	2	2	4	8
1	1	2	2	2	2	4	8
2	2	2	2	2	4	8	8
2	2	2	4	4	8	8	16
4	4	4	4	8	8	16	16

b. High compression

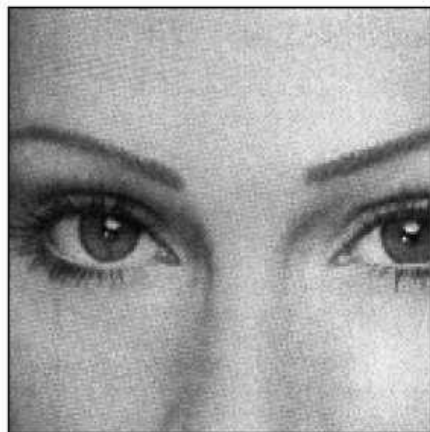
1	2	4	8	16	32	64	128
2	4	4	8	16	32	64	128
4	4	8	16	32	64	128	128
8	8	16	32	64	128	128	256
16	16	32	64	128	128	256	256
32	32	64	128	128	256	256	256
64	64	128	128	256	256	256	256
128	128	128	256	256	256	256	256

Lineáris sorozattá alakítás:

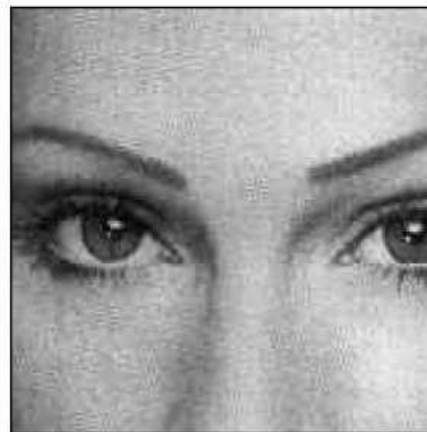
0	1	5	6	14	15	27	28
2	4	7	13	16	26	29	42
3	8	12	17	25	30	41	43
9	11	18	24	31	40	44	53
10	19	23	32	39	45	52	54
20	22	33	38	46	51	55	60
21	34	37	47	50	56	59	61
35	36	48	49	57	58	62	63

egymás mellé kerülnek, a homogén, egyszínű felületek:
AC komponensek futási hossz kóddal tömörítve

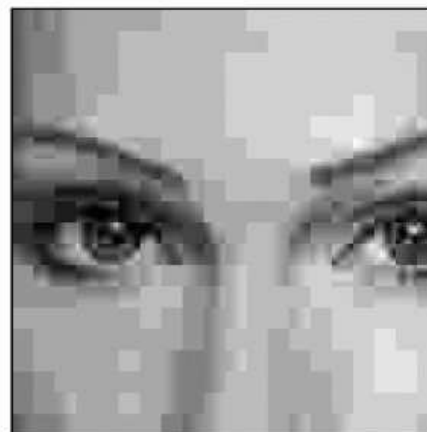
DC komponensek: delta kóddal tömörítve (lassan váltooznak)



a. Original image



b. With 10:1 compression



c. With 45:1 compression

FIGURE 27-15
Example of JPEG distortion. Figure (a) shows the original image, while (b) and (c) shows restored images using compression ratios of 10:1 and 45:1, respectively. The high compression ratio used in (c) results in each 8×8 pixel group being represented by less than 12 bits.

MPEG: mozgó JPEG

Főkomponens analízis

Mérési adatok \rightarrow dimenziós vektor

ϕ_i ortonormális ($\phi_i \phi_j = \delta_{ij}$) bázis:

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^n \mathbf{y}_i \phi_i = \Phi \mathbf{Y}$$

itt $\Phi = [\phi_1 \dots \phi_n]$ és $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1 \dots \mathbf{y}_n]^T$.

Az ortonormalitás miatt $\mathbf{y}_i = \phi_i \mathbf{X}$

$\mathbf{Y} \mathbf{X}$ elforgatottja

ϕ_i : tulajdonság, \mathbf{y}_i méri

Keressük $m (< n)$ olyan ϕ -t, amelyik \mathbf{X} -et legjobban közelíti!

\mathbf{Y} nem használt tagjait (előre meghatározandó) b_i konstansokkal helyettesítjük:

$$\hat{\mathbf{X}}(m) = \sum_{i=1}^m \mathbf{y}_i \phi_i + \sum_{i=m+1}^n b_i \phi_i$$

Minimalizálás χ^2 eltérés-négyzet

$$\begin{aligned}
 \chi^2 &= E\|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}(m)\| \\
 &= E \sum_{i=m+1}^n \sum_{j=m+1}^n (\mathbf{y}_i - b_i)(\mathbf{y}_j - b_j)\phi_i^T \phi_j \\
 &= \sum_{i=m+1}^n E(\mathbf{y}_i - b_i)^2
 \end{aligned}$$

$E()$: várható érték operátor

Minimum: deriválni kell χ^2 -t b_i szerint!

$$b_i = E\mathbf{y}_i.$$

Ezt visszaírva χ^2 -be:

$$\begin{aligned}
 \chi^2 &= \sum_{i=m+1}^n E(\mathbf{y}_i - E[\mathbf{y}_i])^2 \\
 &= \sum_{i=m+1}^n \phi_i^T E(\mathbf{X} - E[\mathbf{X}])(\mathbf{X} - E[\mathbf{X}])^T \phi_i \\
 &= \sum_{i=m+1}^n \phi_i^T \Sigma_X \phi_i
 \end{aligned}$$

Σ_X az adatok kovariancia mátrixa!

Bebizonyítható, hogy ϕ_i -re az optimum

$$\Sigma_X \phi_i = \lambda_i \phi_i$$

ϕ_i a λ_i sajátértékhez tartozó sajátvektor

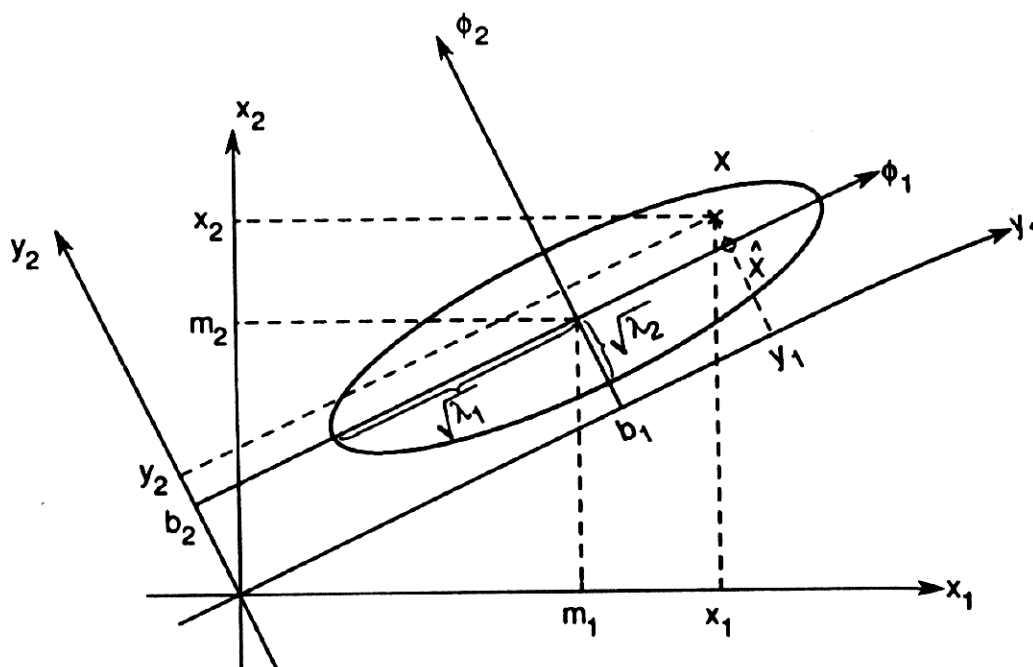
$$\chi^2 = \sum_{i=m+1}^n \lambda_i$$

Azt az eredményt kaptuk tehát, hogy a (a χ^2 közelítés értelemben) Legjobb lineáris reprezentáció:

kovariancia mátrix sajátvektorai szerinti ortogonális transzformáció alapján!

Ha i monoton csökken, $\lambda_i \geq \lambda_j$, ha $i > j$

$m (< n)$ „fő” komponens minimalizálja az eltérést!



A ϕ_1 és ϕ_2 sajátvektorok az eloszlás fő tengelyei

λ_1 és λ_2 sajátértékek:

ϕ_1 és ϕ_2 mentén az eloszlás varianciája

Mivel $y_i = \phi_i^T \mathbf{X}$,

ezért y_1 és y_2 lesz \mathbf{X} vetületei ϕ_1 és ϕ_2 tengelyekre.

A y_i tulajdonságok

ha töröljük az y_i tulajdonságot, akkor a közelítés hibája λ_i -vel nő meg.

Veszteséges tömörítés:

csak a legnagyobb m sajátkomponenst és az arra vett vetületek alapján!

Visszaállítás: átlagos eltérés értéke

$$\sum_{i=m+1}^n \lambda_i$$

ha lesz. Ha ez sokkal kisebb, mint

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i$$

, és m sokkal kisebb, mint n , akkor jelentős tömörítés!

Egyes tulajdonságok egymástól „függetlenek”:

y_i egymás közötti korrelációja 0.

Adatok entrópiájára is szélsőérték:

az összes lineáris transzformáció közül ez a transzformáció minimalizálja a transzformációk Y terében mért entrópiamaximumot (*minimax* viselkedés)!

Stacionárius idősorok + főkomponens analízis

y_i tulajdonság-függvényei $e^{j\omega_i t}$ alakúak !
Visszakapjuk a Fourier-transzformációt!

Főkomponens analízis hátrányai:
nem mindig (fizikailag) értelmes levonni $E[\mathbf{X}]$ -t

Csak lineáris tulajdonságok! Ellenpélda: adott síkban körívet leíró adatok

Ezt a hátrányt az adatok Normalizálás:

\mathbf{x}_i adatok $\|\mathbf{x}\|$ szerint normálva

a főkomponens analízis rendben végrehajtható!

$\mathbf{z}_i = \mathbf{x}_i / \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j$ normálás

Σ_X szinguláris!

