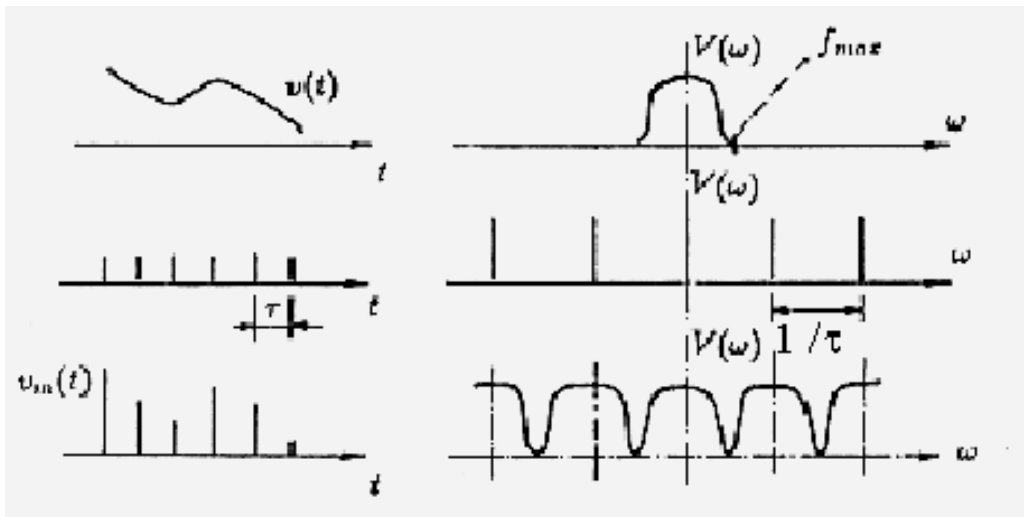


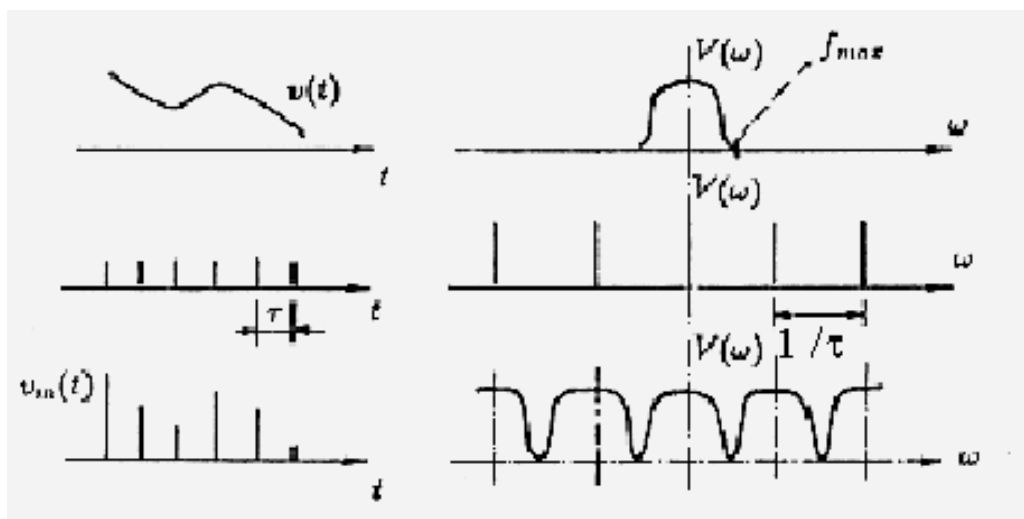
Mintavételi törvény

AD átalakítók + sávlimitált jel
 τ időközönként mintavétel



Mintavétel: szorzás az idő tartományban

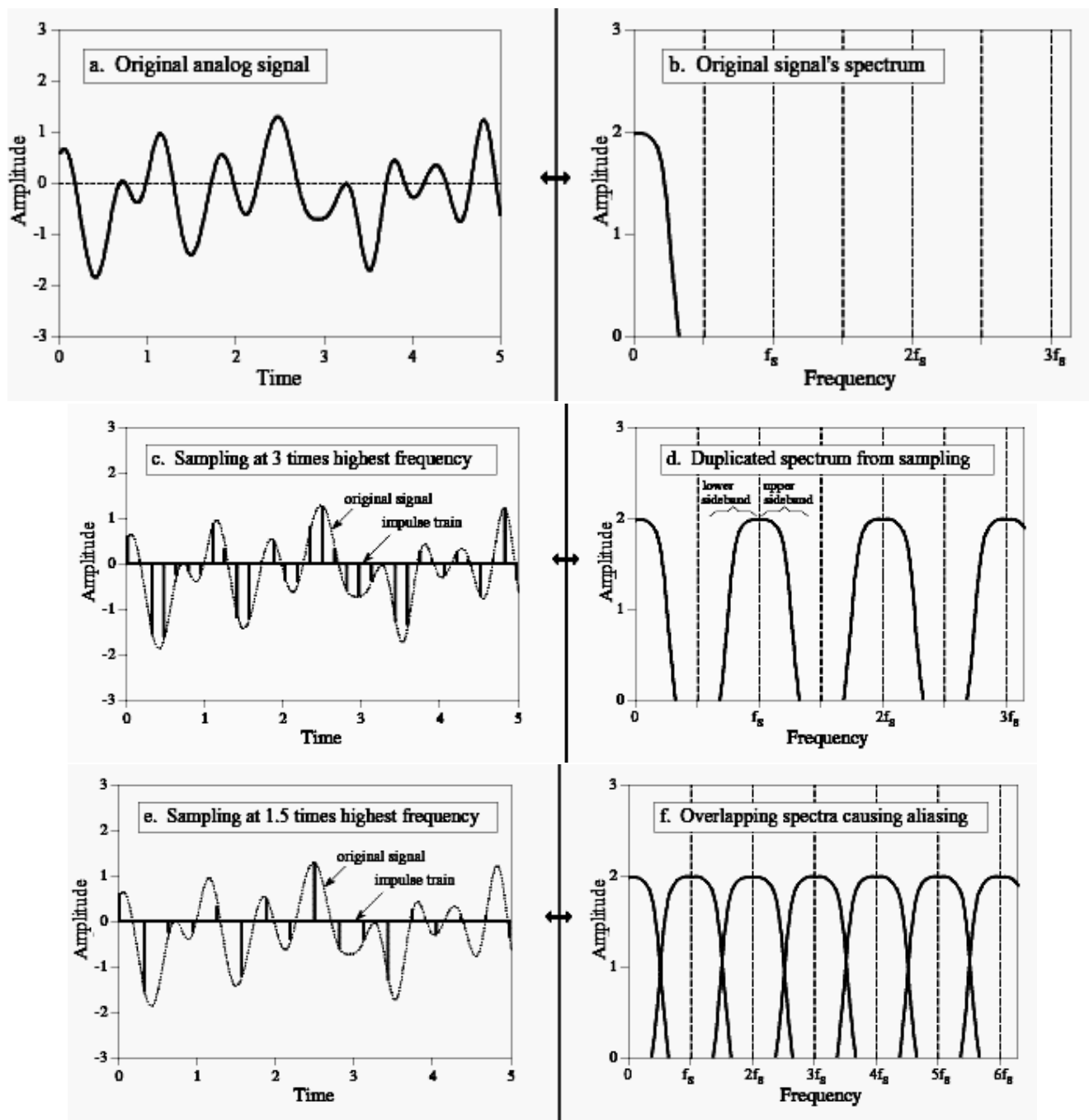
$1/\tau$ körfrekvenciánként ismétlődik - konvolúció a frekvenciatérben.



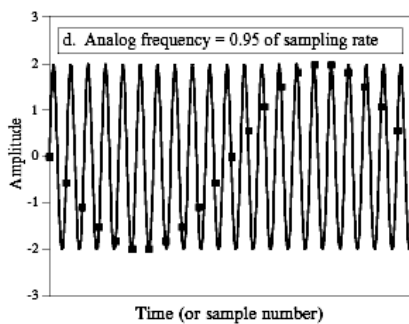
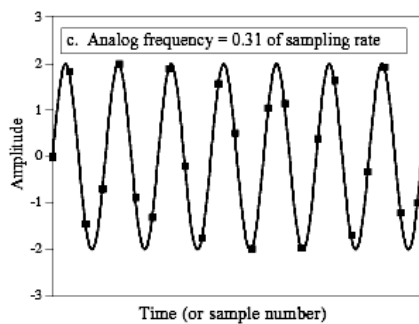
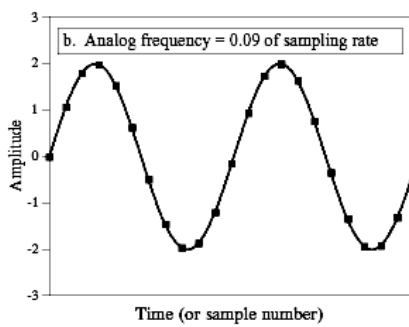
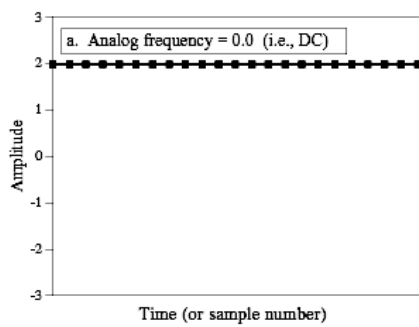
Nem fednek át:
Mintavételi törvény

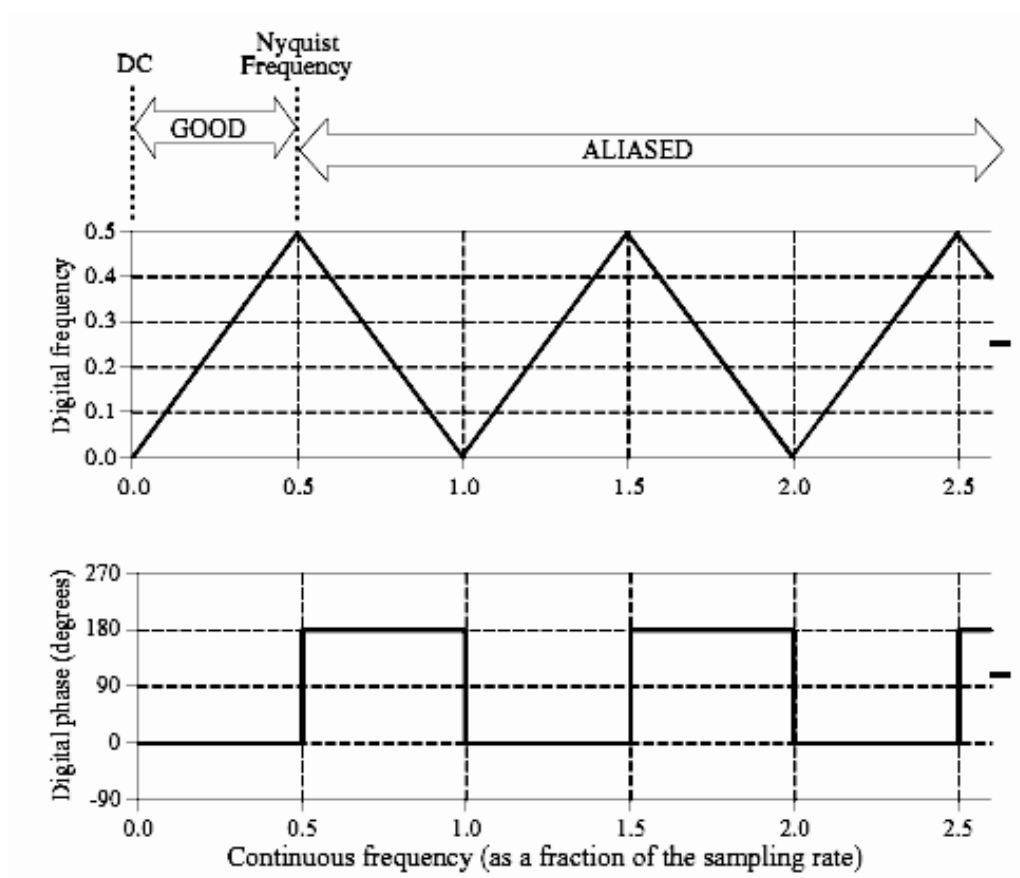
$$f_{\text{mintavétel}} \geq 2f_{\text{max}}$$

$f_{\text{mintavétel}}$: Nyquist frekvencia

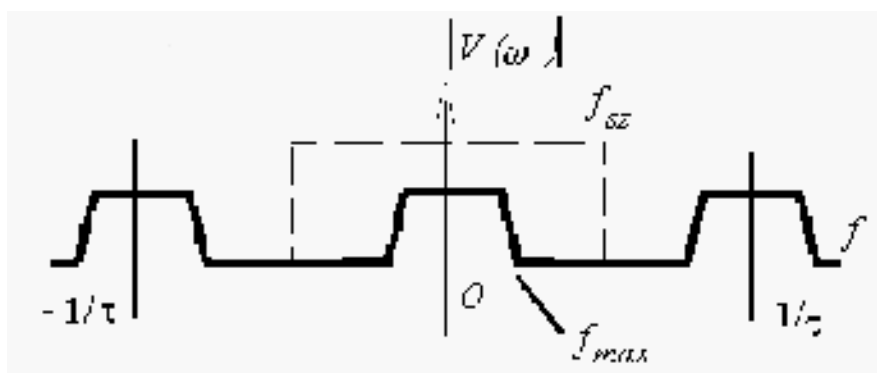


Ez semmi más, mint a lebegés jelensége!

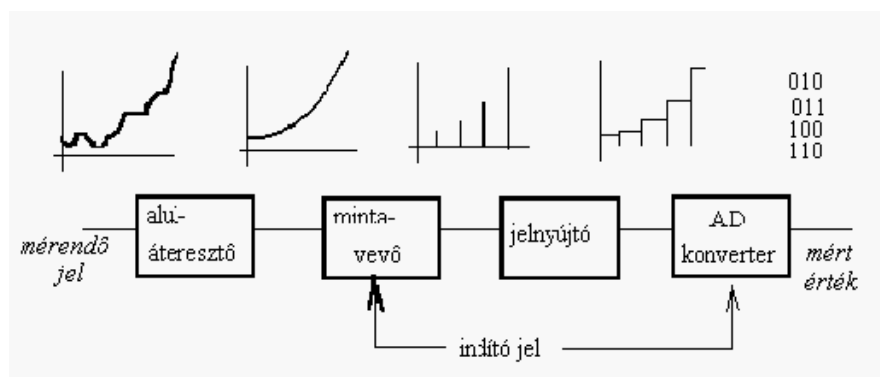




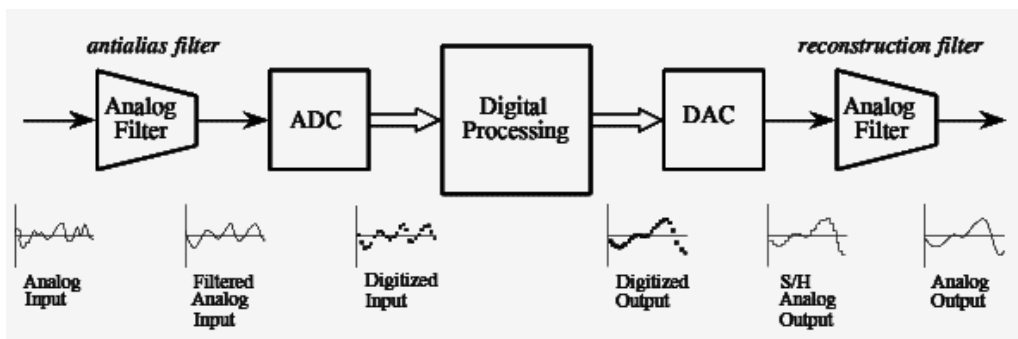
- a jel legmagasabb frekvenciájú komponenséből is legalább két mintát kell vennünk.
- az ilyen módon mintavett jelekből az eredeti jel tökéletesen rekonstruálható, ha a mintavett impulzusokat egy - jól megválasztott - felső határfrekvenciájú ideális aluláteresztőn bocsátjuk keresztül (34 ábra).



- sávlimitálás → az AD konverter bemenete előtt valódi aluláteresztő szűrő



Teljes DSP folyamat:



A DA átalakító kimenete általában „szögletes”, a beépített mintatartó áramkör miatt:

$\sin(x)/x$ korrekció a frekvenciatérben!

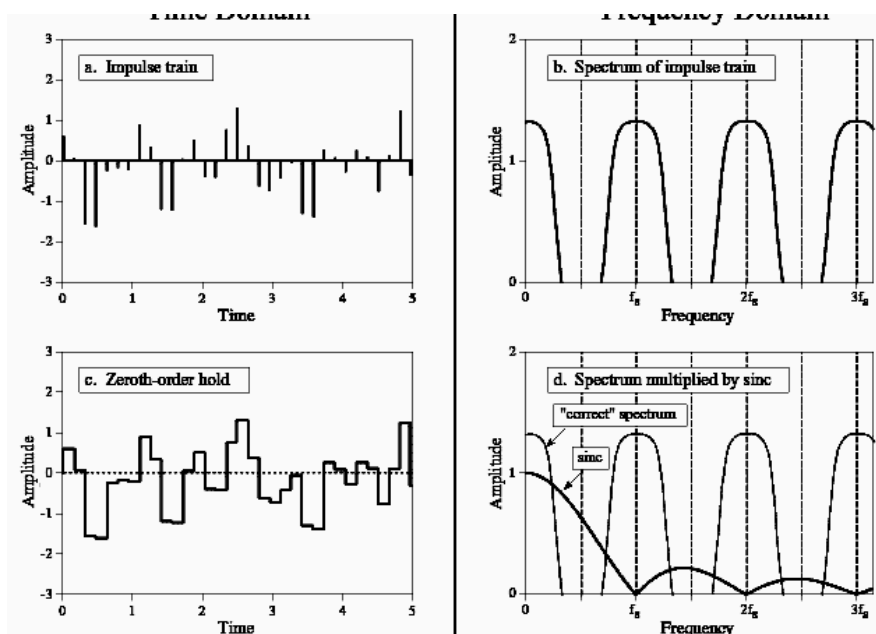
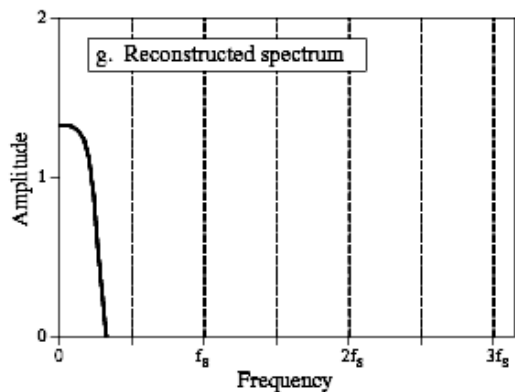
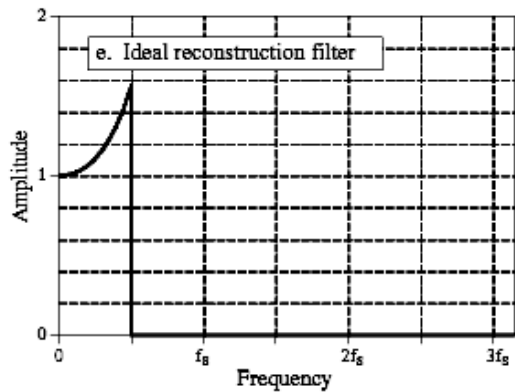
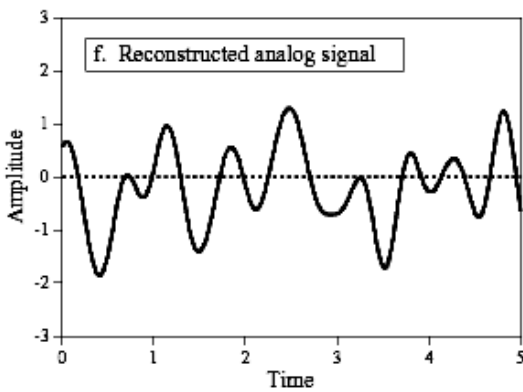


FIGURE 3-6
Analysis of digital-to-analog conversion. In (a), the digital data are converted into an impulse train, with the spectrum in (b). This is changed into the reconstructed signal, (f), by using an electronic low-pass filter to remove frequencies above one-half the sampling rate [compare (b) and (g)]. However, most electronic DACs create a zeroth-order hold waveform, (c), instead of an impulse train. The spectrum of the zeroth-order hold is equal to the spectrum of the impulse train multiplied by the sinc function shown in (d). To convert the zeroth-order hold into the reconstructed signal, the analog filter must remove all frequencies above the Nyquist rate, *and* correct for the sinc, as shown in (e).



CCD:

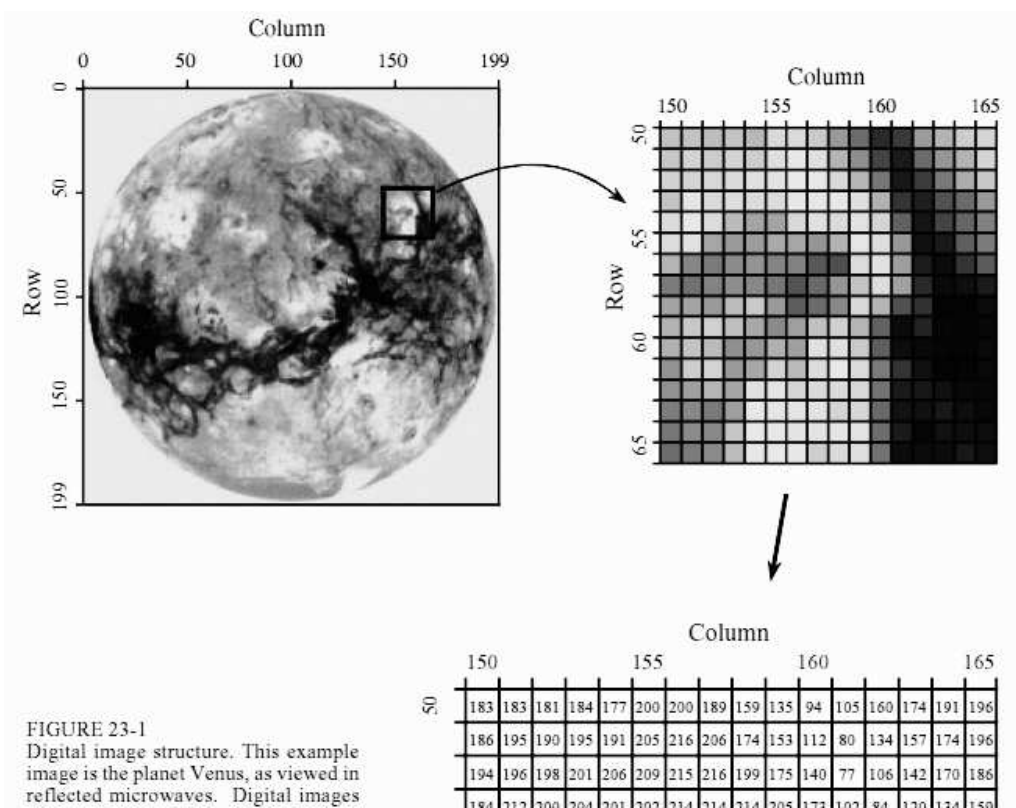
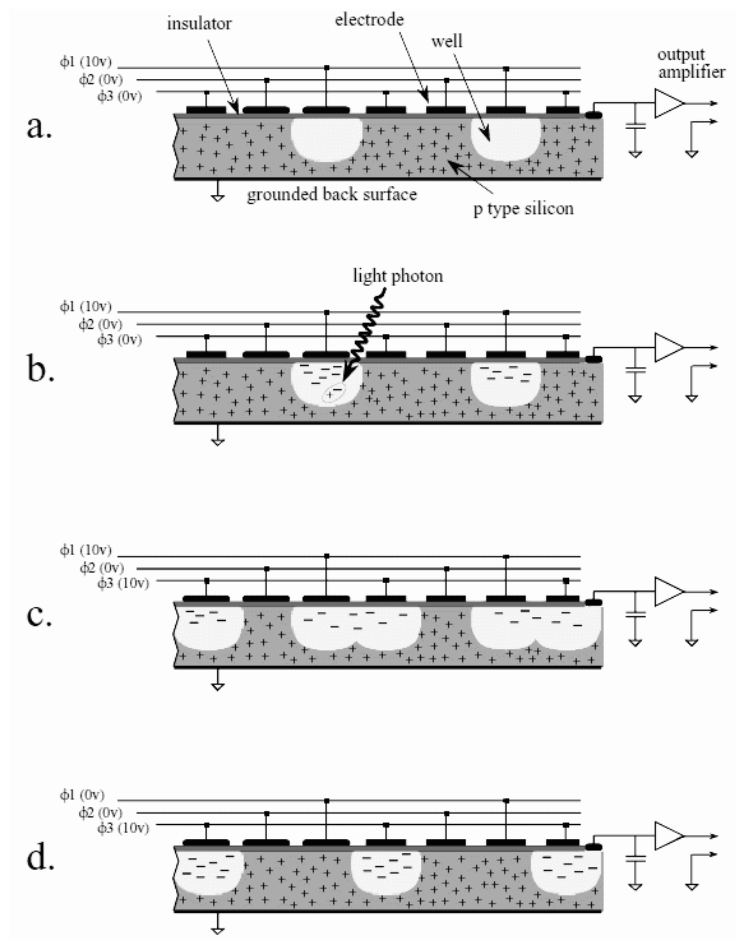
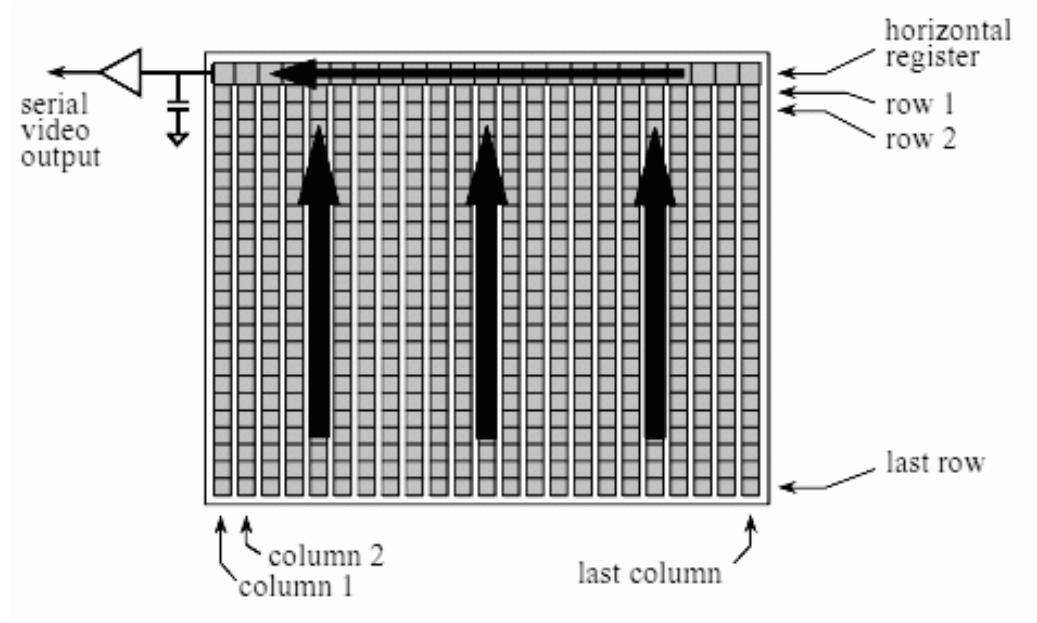
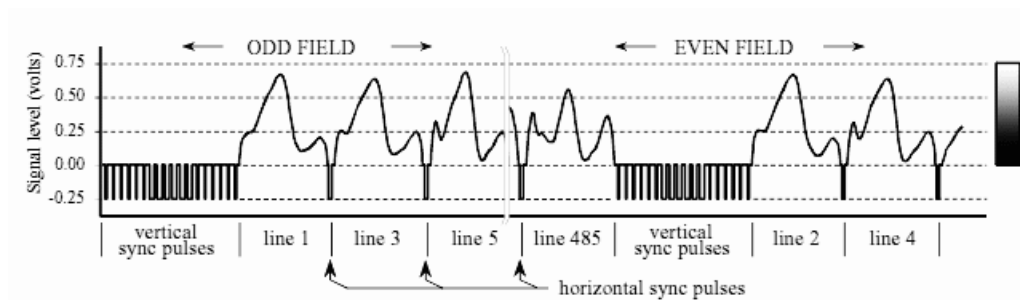


FIGURE 23-1
Digital image structure. This example image is the planet Venus, as viewed in reflected microwaves. Digital images



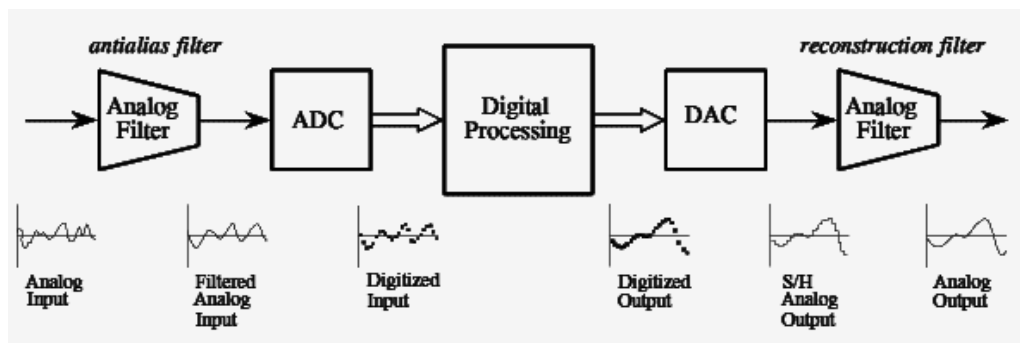


TV videojel:



Digitális szűrők

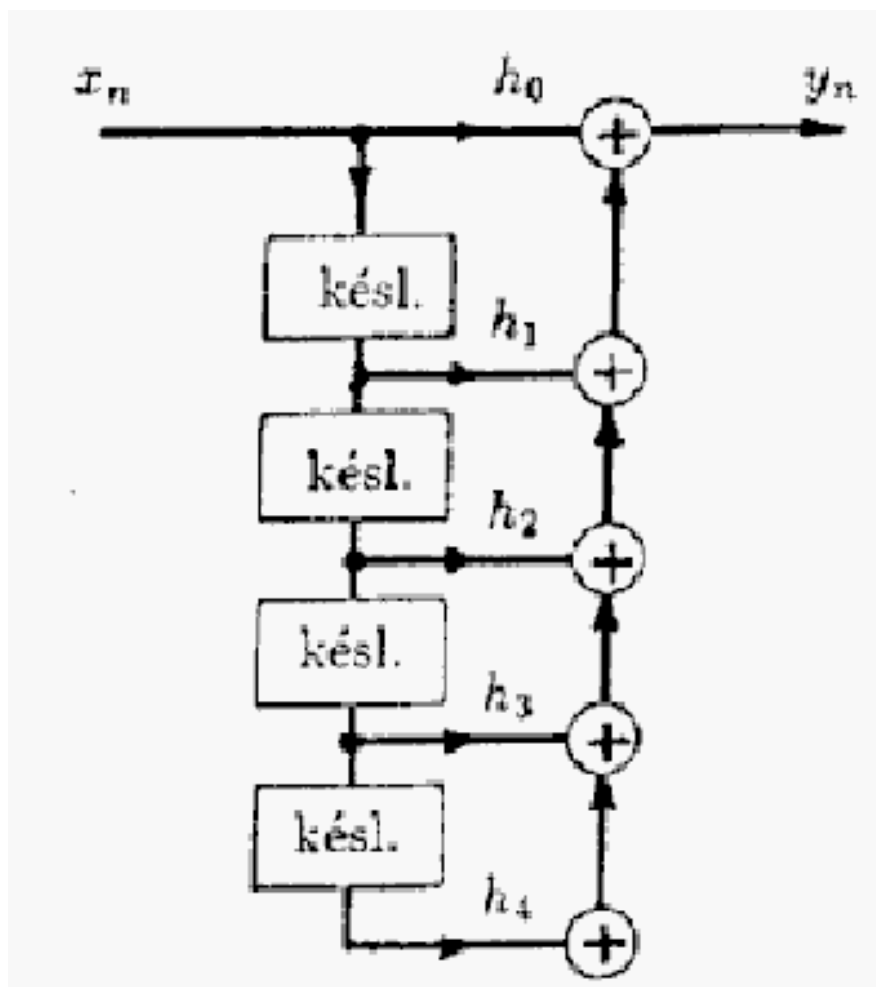
Teljes DSP folyamat:



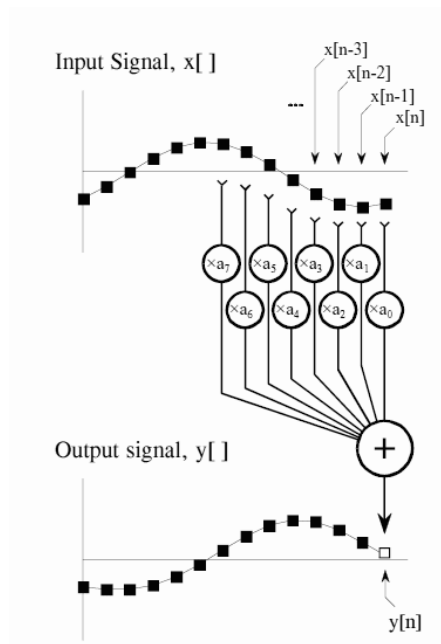
Szűrő:

késleltetőelem + összegezés:

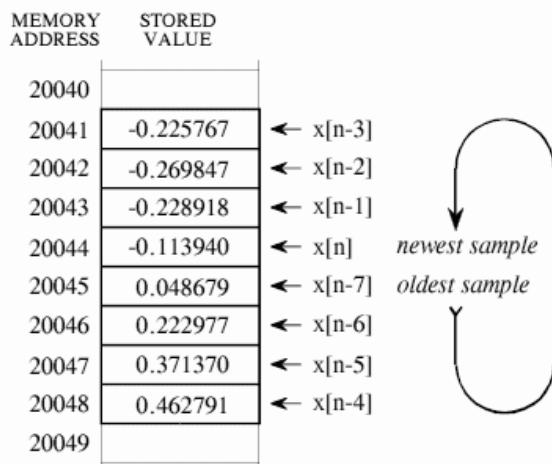
x_i bemeneti adatok, ezeket eltároljuk/késleltejük, és súlyozva összeadjuk:



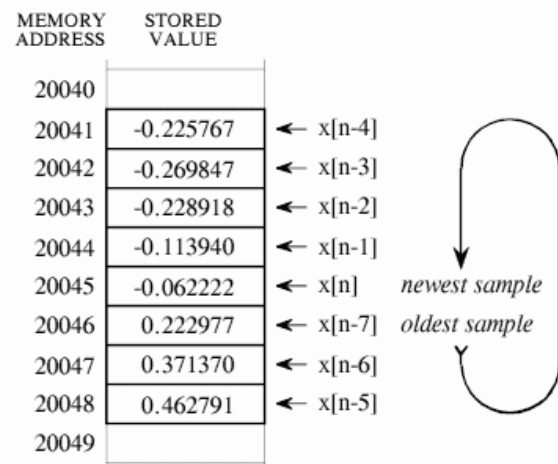
Lehet másképp is elképzelni:



Minden elem ugyanakkor késleltetésnek felel meg:
gyűrűs tároló



a. Circular buffer at some instant



b. Circular buffer after next sample

Vizsgálati módszer:

súlyfüggvény: Dirac-delta be $\rightarrow h_i$ súlyok jelennek meg a kimeneten:

$$y[n] = h_0x[n] + h_1x[n-1] + h_2x[n-2] + h_3x[n-3] + \dots$$

$$y[n] = \sum_{i=-M}^N h_i x[n-i]$$

$$\mathbf{y}[n] = \sum_{i=-M}^N a_i x[n-i]$$

$$\mathbf{y}[n] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i x[n-i]$$

FIR (Finite Impulse Response, véges impulzusválaszú): mindig véges hosszúságú kimenet.

A kimeneten a h_n súlyok jelennek meg!
PI.

n	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	
Bemenő számsor (Kronecker- δ)	0	0	1	0	0	0	0	0	0	(3)
kimenő számsor	0	0	3	5	7	2	-3	0	0	
$y_n = h_n$										

Másik példa:

1	3	12	-11	-0.1	*	1	5	13	0	-6	-10
1	3	12	-11	-0.1							
		5	15	60	-55	-0.5					
			13	39	-141	-1.3					
				0	0	0	0	0	0	0	0
					-5	-18	-72	66	0.6		
						-10	-30	-120	110	1	
1	8	40	88	94.9	-171.5	-103.3	-54	110.6	1		
											(4)

Furcsa szorzás - polinomok szorzása! A polinomok együtthatói az x_n és h_n adatok.

Ez nem más, mint a konvolúció!

Legyen τ késleltetés egy elemben. Ekkor az $x(t)$ bemenő függvényen egy elem késleltetése $e^{it/\tau}$ szorzófaktorhoz hozza be. Azaz

$$\begin{aligned} y(t_i) &= \sum_{i=-M}^N h_i x(t_i - \tau i) (e^{jt/\tau})^i \\ &= \sum_{i=-M}^N x(t_i - \tau i) h_i (e^{jt/\tau})^i \\ &= \sum_{i=-M}^N x(t_i - \tau i) z^{-i} \end{aligned}$$

Itt $z = h_i e^{it/\tau}$ és $j = \sqrt{-1}$.

Ez az u.n. z-transzformáció - láthatóan közelebb áll a kapcsolata a Fourier-transzformációval!

Előző példa:

1	3	12	-11	-0.1	*	1	5	13	0	-6	-10
1	3	12	-11	-0.1							
	5	15	60	-55	-0.5						
		13	39	-141	-1.3						
			0	0	0	0	0				
				-5	-18	-72	66	0.6			
					-10	-30	-120	110	1		
1	8	40	88	94.9	-171.5	-103.3	-54	110.6	1		
										(4)	

z-transzformációval:

$$(1 + 3z^{-1} + 12z^{-2} - 11z^{-3} - 0.1z^{-4})(1 + 5z^{-1} + 13z^{-2} - 6z^{-4} - 10z^{-5})$$

A z-transzformáltakra igaz, hogy :

$$z(Y) = z(H)z(X)$$

A z-transzformáció közeli kapcsolatban áll a Fourier-transzformációval!

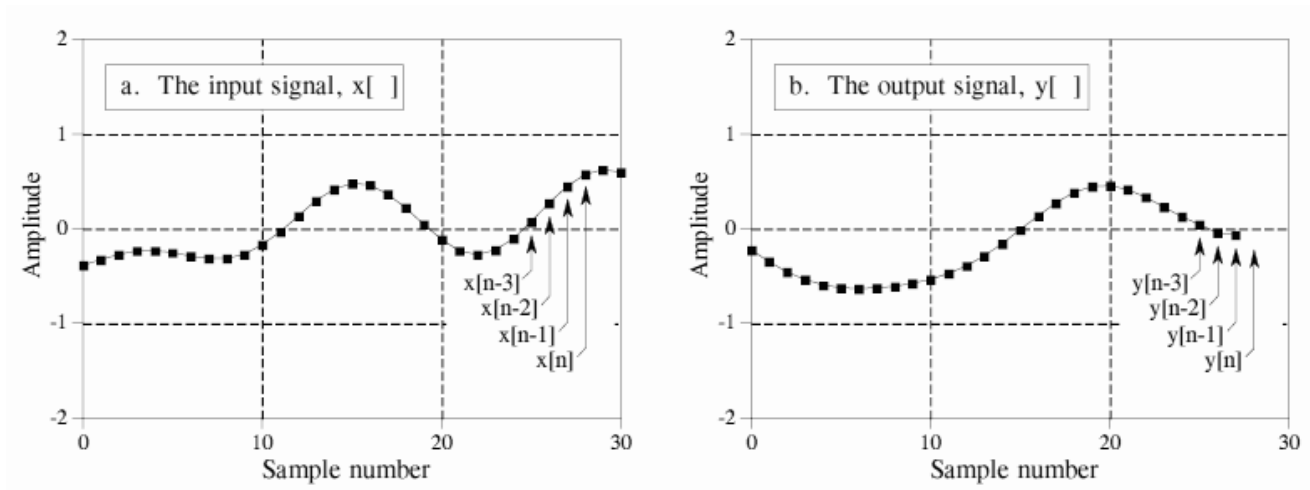
Rekurzív szűrők

Most már a korábbi $y[i]$ értékek is szerepet játszanak:

$$y[n] = a_0x[n] + a_1x[n-1] + a_2x[n-2] + a_3x[n-3] + \dots \\ + b_0y[n] + b_1y[n-1] + b_2y[n-2] + b_3y[n-3] + \dots$$

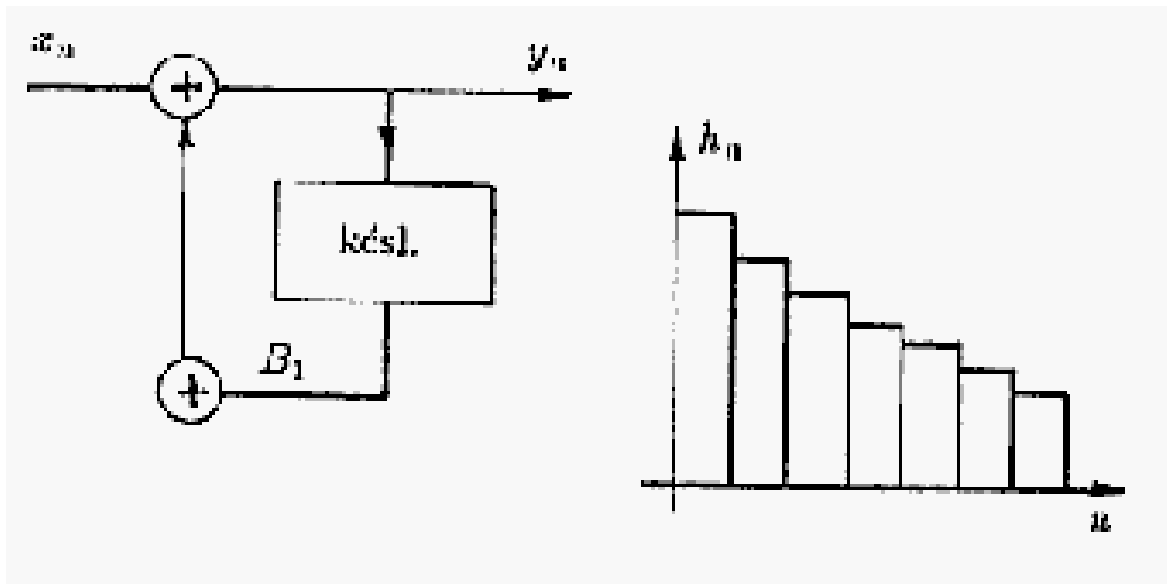
de logikusan $b_0 = 0$!

$$y[n] = a_0x[n] + a_1x[n-1] + a_2x[n-2] + a_3x[n-3] + \dots \\ + b_1y[n-1] + b_2y[n-2] + b_3y[n-3] + \dots$$



IIR (Infinite Impulse Response, végtelen impulzusválaszú): általában nem tudjuk, hogy meddig tart - végtelen hosszú is lehet (oszcilláció)!

Egyszerű példa:



Súlyfüggvény: Dirac-delta a bemeneten

Pl. ha $B_1 = 0.9$, akkor a kimenet: $1.0, 0.9, 0.81 \dots$

$$\begin{aligned}
 H(z) &= \sum_{m=0}^{\infty} z^{-m} B^m \\
 &= \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{B}{z}\right)^m \\
 &= \frac{1}{1 - Bz^{-1}}
 \end{aligned}$$

Ez csak $Bz^{-1} < 1$ -re konvergens.

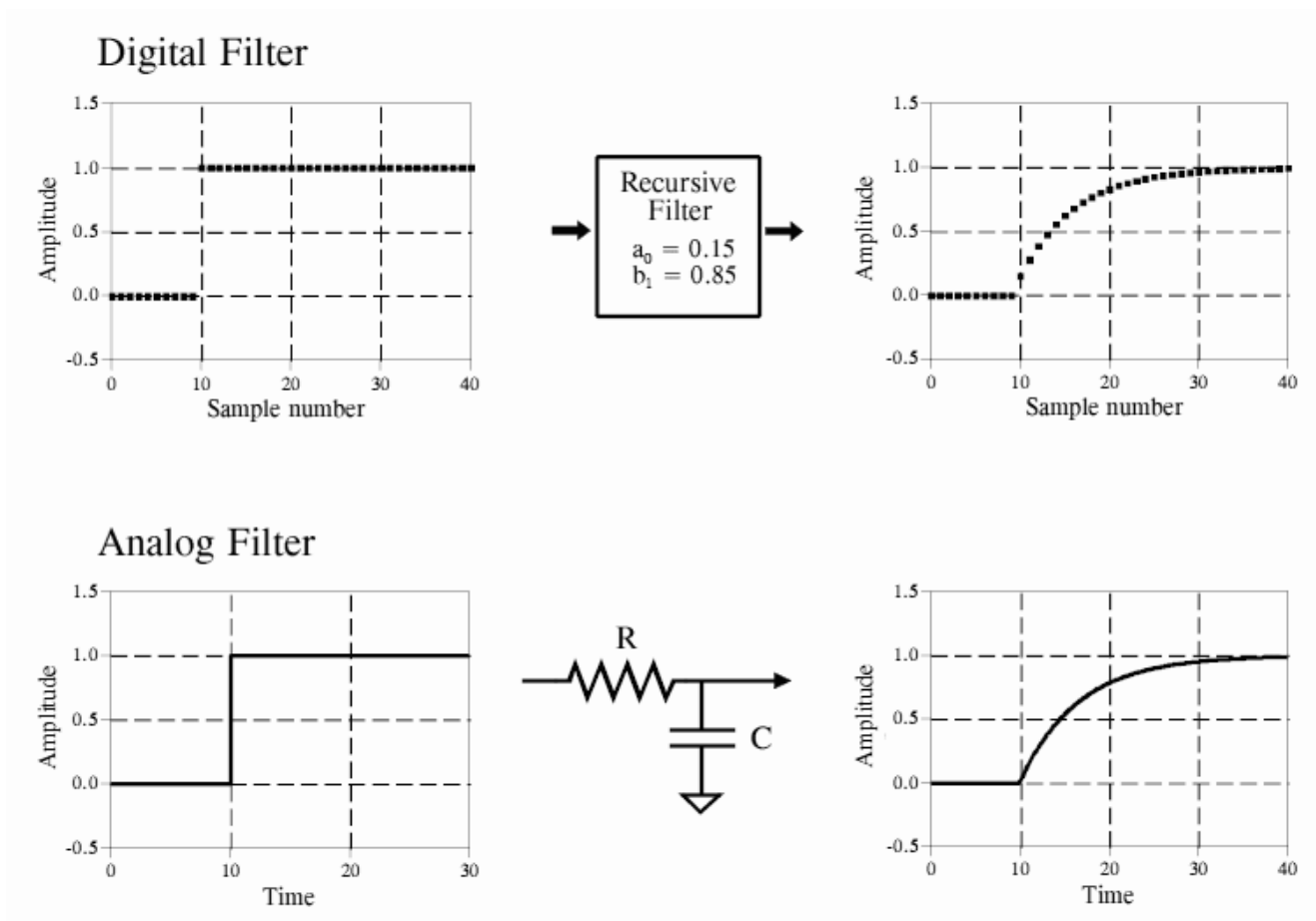
Másképp:

$$y_n = x_n + By_{n-1}$$

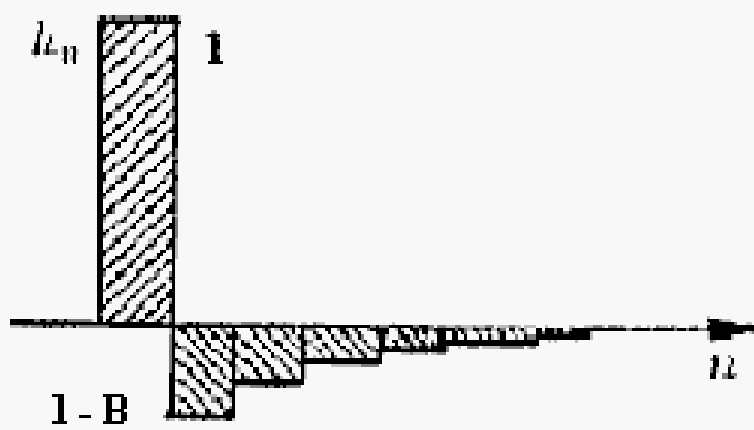
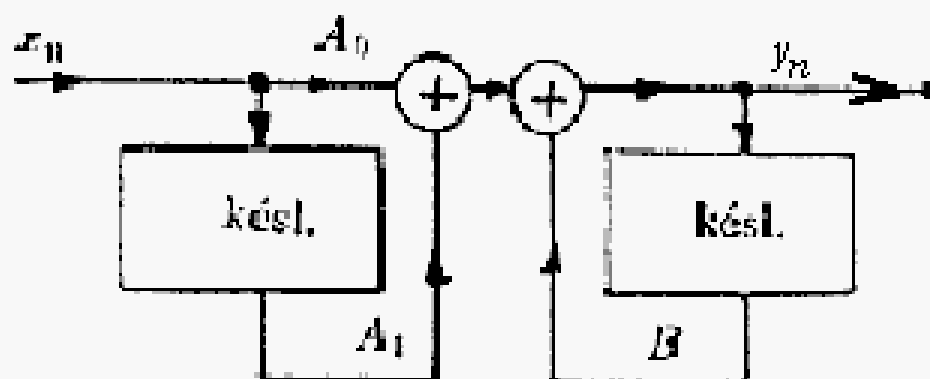
$$y_n = x_n + By_n z^{-1}$$

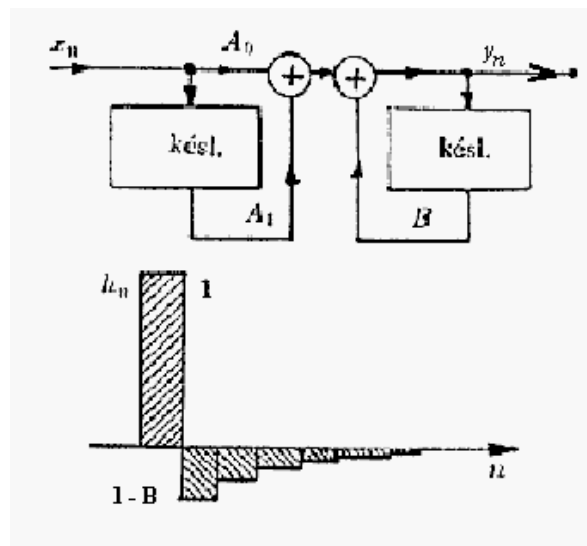
$$y_n = \frac{1}{1 - Bz^{-1}} x^n$$

Ez pontosan olyan, mint egy kváziintegráló áramkör!



Hogyan lehet kvázidifferenciáló áramkör jellegű szűrőhöz jutni?





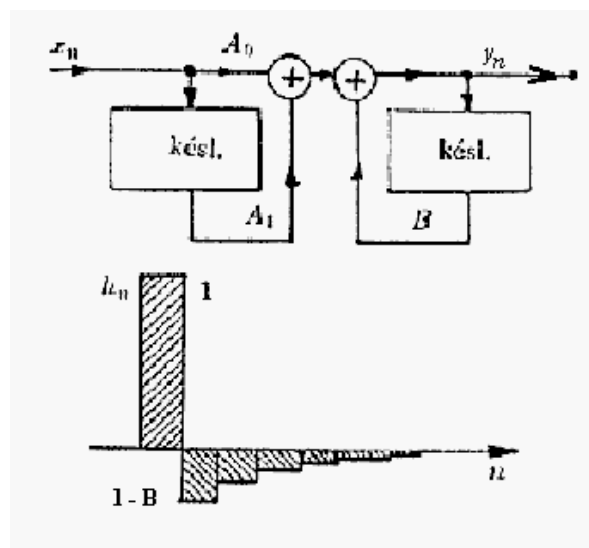
z-transzformált:

$$y_n = A_0 x_n + A_1 x_n z^{-1} - B y_n z^{-1}$$

$$y_n = \frac{A_0 + A_1 z^{-1}}{1 - B z^{-1}} x^n$$

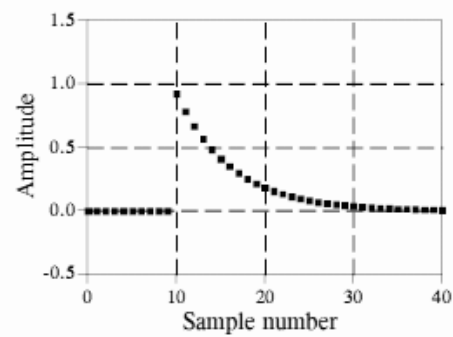
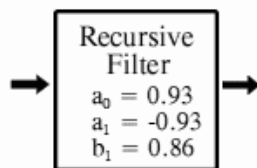
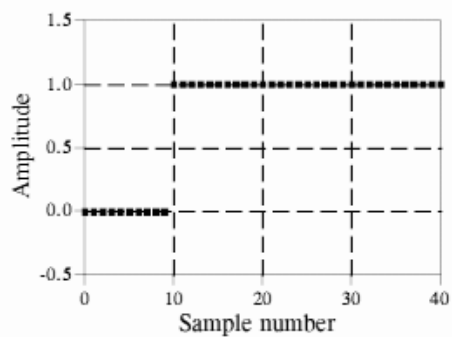
Törtfüggvény - hol lesz 0 a nevező?

Ha $A_0 = -A_1 = 1$, akkor

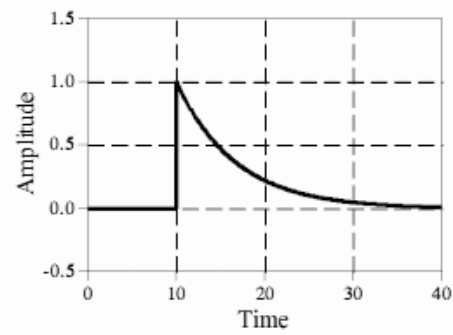
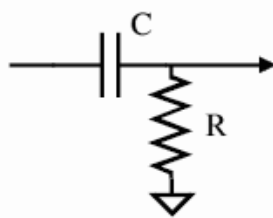
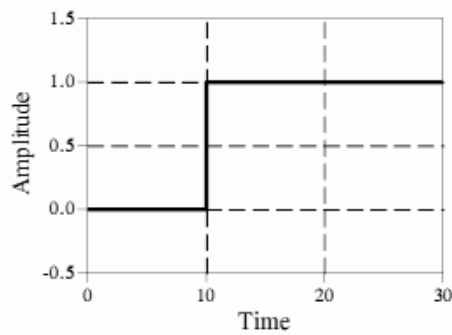


Ez felüláteresztő jellegű:

Digital Filter



Analog Filter



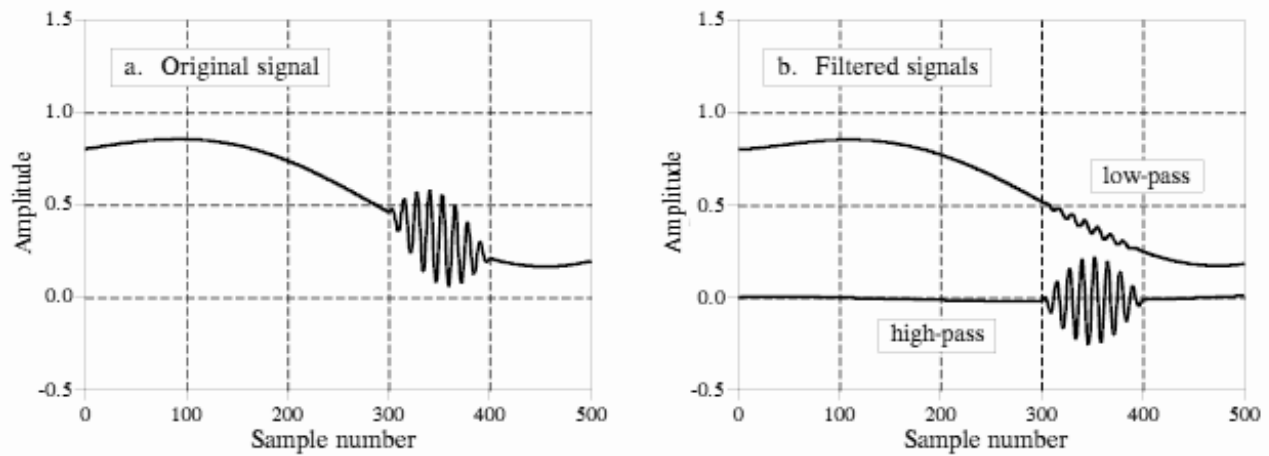


FIGURE 19-4

Example of single pole recursive filters. In (a), a high frequency burst rides on a slowly varying signal. In (b), single pole low-pass and high-pass filters are used to separate the two components. The low-pass filter uses $x = 0.95$, while the high-pass filter is for $x = 0.86$.

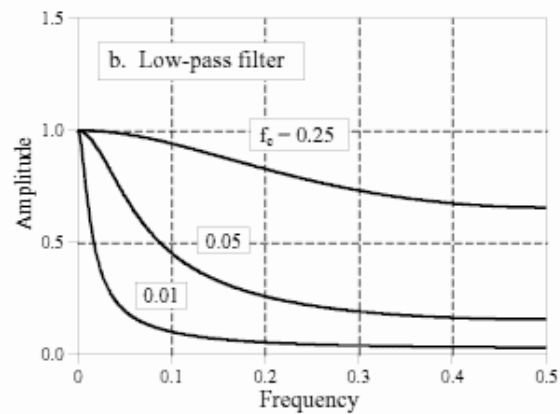
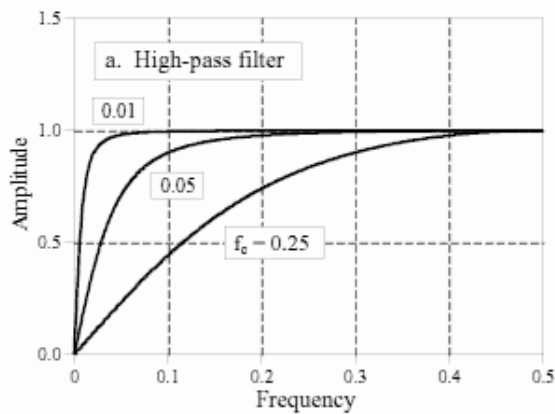
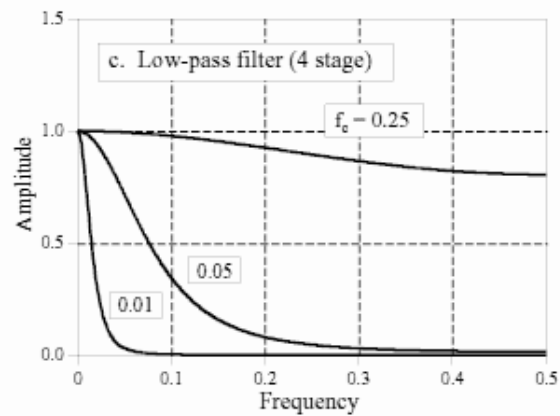
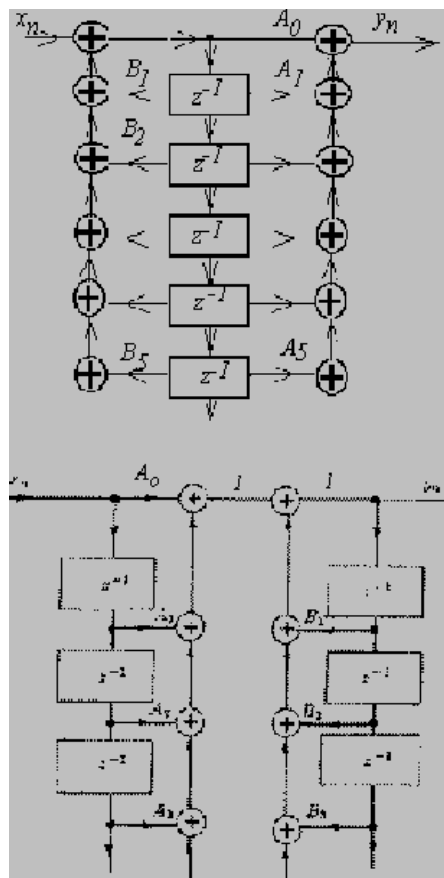


FIGURE 19-5

Single pole frequency responses. Figures (a) and (b) show the frequency responses of high-pass and low-pass single pole recursive filters, respectively. Figure (c) shows the frequency response of a cascade of four low-pass filters. The frequency response of recursive filters is not always what you expect, especially if the filter is pushed to extreme limits. For example, the $f_c = 0.25$ curve in (c) is quite useless. Many factors are to blame, including: aliasing, round-off noise, and the nonlinear phase response.





Általános alak:

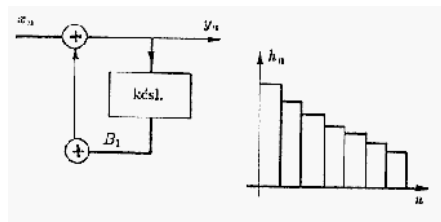
$$H(z) = \frac{A_0 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} + \dots + A_k z^{-k}}{1 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2} + \dots + B_m z^{-m}}$$

Polinom gyökök - stabilitásvizsgálat - van-e oszcilláció?

Parciális gyökökre bontás segíthet

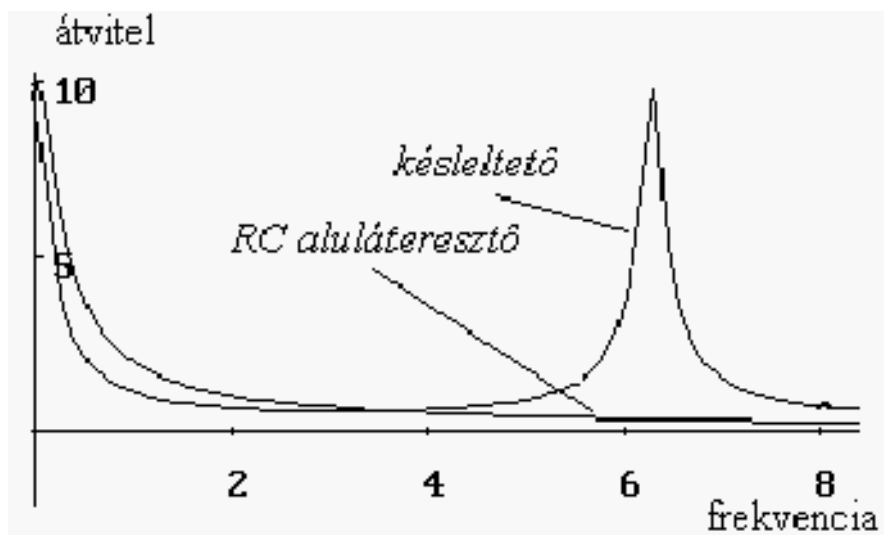
$$H(z) = \frac{1}{1 - 0.9z^{-1} - 0.9z^{-2}} \Rightarrow \frac{a}{1 - 1.5z^{-1}} + \frac{b}{1 + 0.6z^{-1}}$$

Legyen a késleltetés valódi (művonal, üvegszál, stb.) !



Bemenetre Dirac-delta $\leftarrow \tau$ késleltetés $\leftarrow e^{-i\omega\tau}$ impulzusátvitel.
Amplitúdómenet:

$$|H(\omega)| = \left| \frac{1}{1 - B e^{-i\omega\tau}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + B^2 - 2B \cos \omega\tau}}$$



EQUATION 19-7

Band-pass filter. An example frequency response is shown in Fig. 19-6a. To use these equations, first select the center frequency, f , and the bandwidth, BW . Both of these are expressed as a fraction of the sampling rate, and therefore in the range of 0 to 0.5. Next, calculate R , and then K , and then the recursion coefficients.

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 - K \\ a_1 &= 2(K - R) \cos(2\pi f) \\ a_2 &= R^2 - K \\ b_1 &= 2R \cos(2\pi f) \\ b_2 &= -R^2 \end{aligned}$$

EQUATION 19-8

Band-reject filter. This filter is commonly called a notch filter. Example frequency responses are shown in Fig. 19-6b.

$$\begin{aligned} a_0 &= K \\ a_1 &= -2K \cos(2\pi f) \\ a_2 &= K \\ b_1 &= 2R \cos(2\pi f) \\ b_2 &= -R^2 \end{aligned}$$

where:

$$K = \frac{1 - 2R \cos(2\pi f) + R^2}{2 - 2 \cos(2\pi f)}$$

$$R = 1 - 3BW$$

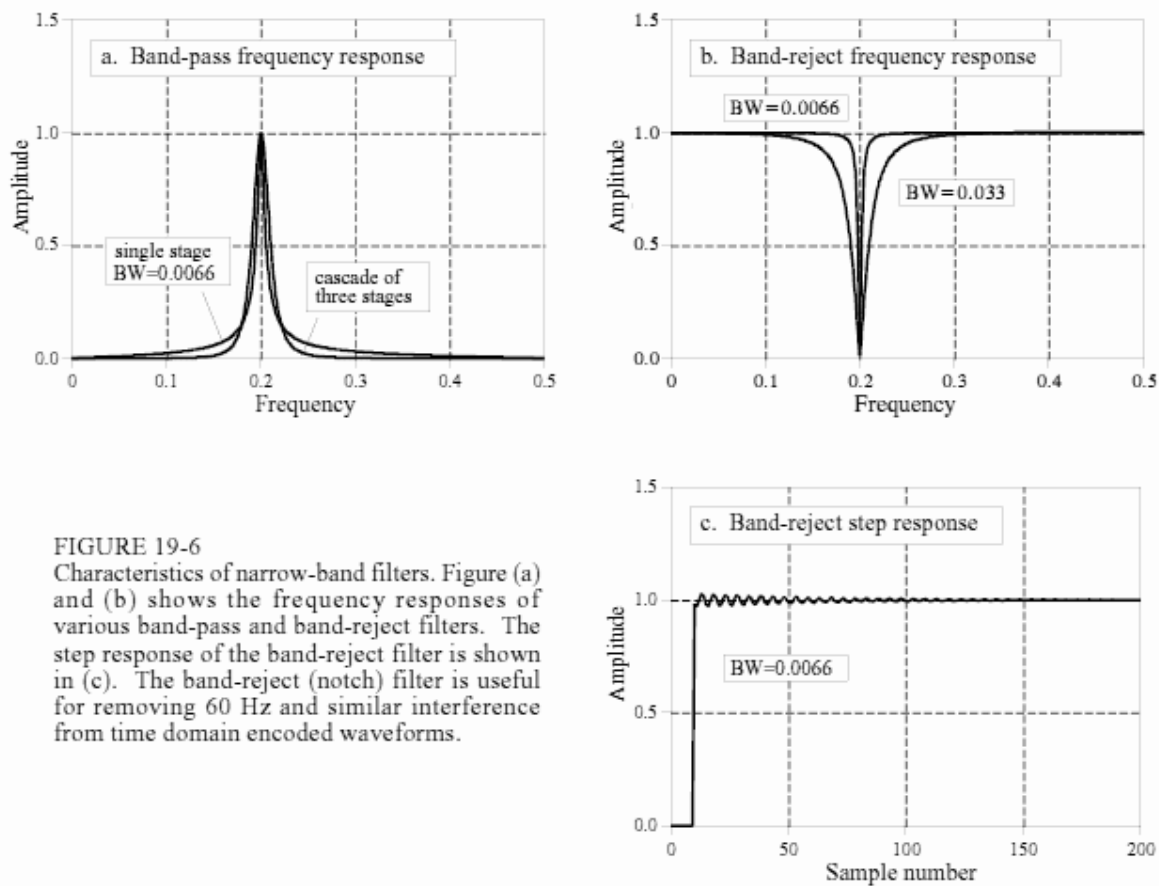
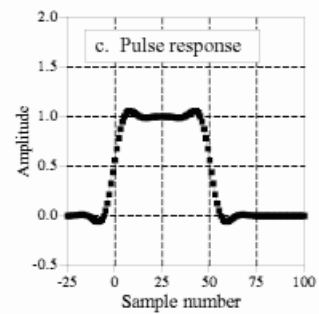
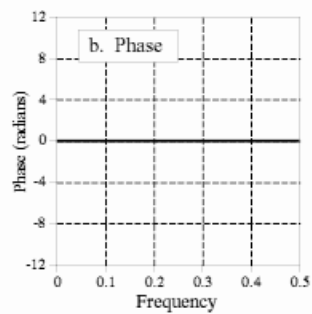
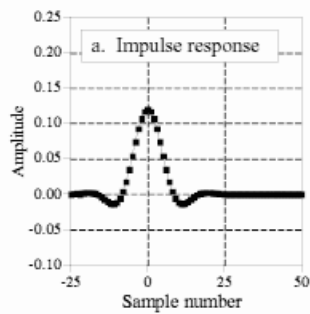


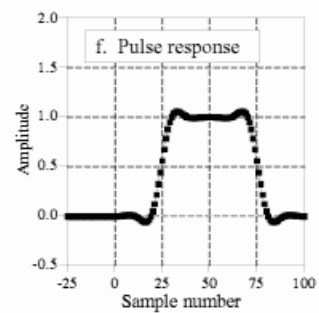
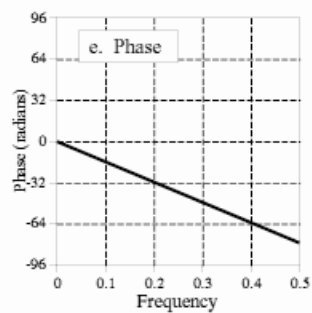
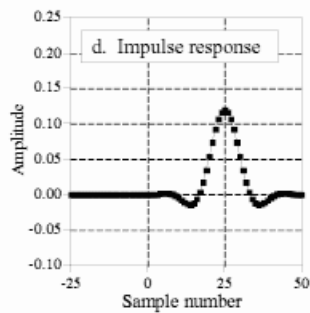
FIGURE 19-6 Characteristics of narrow-band filters. Figure (a) and (b) shows the frequency responses of various band-pass and band-reject filters. The step response of the band-reject filter is shown in (c). The band-reject (notch) filter is useful for removing 60 Hz and similar interference from time domain encoded waveforms.

Fázisment: FIR: lineáris
IIR: nem-lineáris

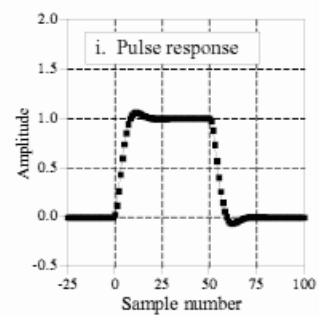
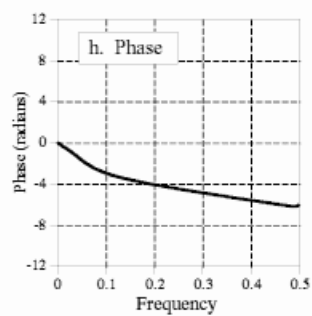
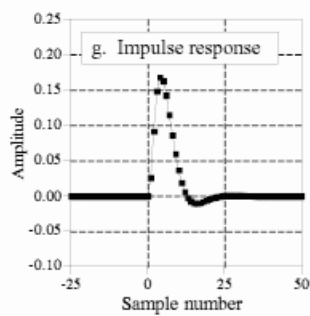
Zero Phase Filter



Linear Phase Filter



Nonlinear Phase Filter



DSP előnyök

Alkalmazási területek:

- híradástechnikai jelek (kommunikációs hálózatok, TV, rádió)
- képfeldolgozás (kamera)
- hangfrekvenciás technika (GSM, beszédfelismerés, szintetizálás, stb.)
- mérésadat feldolgozás (fizikus, vegyész, geológus, biológus, stb.)

Célprocesszorok (on-line) és számítógépes programok (off-line)

Mire használjuk?

- Zavarok, zajok csökkentése: sávlimitálás, Wiener szűrő
- Dekonvolúciós / korrekciós hálózatok: mérés felbontóképességének növelése

Miért jobb az analóg eszközöknél?

- nagyobb pontosság
- akármilyen szűrő (lehet, hogy ilyen nem építhető valós RLC elemekből)

- a szűrőkarakterisztika egyszerűen módosítható
- nem érzékenyek a környezetre
- kisebb súly, olcsóság